SOLUCIONES AL TEST 17

1. A. De las propiedades del producto vectorial

$$Area = 1/2\,.\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4i + 2j - 4k\,;$$

$$Area = 1/2\,.\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = 1/2\,.\sqrt{36} = 3$$

2. A. El momento de un vector respecto de un punto se obtiene del producto vectorial:

$$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{a} = B\vec{A}\times\vec{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1-2 & -1+3 & -5-0 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -i - 3j - k$$

$$\vec{M} + \vec{a} = (-i - 3j - k) + (0i + j - 3k) = (-i - 2j - 4k)$$

$$\left|\vec{M} + \vec{a}\right| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{21}$$

3. A. Este problema es de dos móviles con movimiento rectilíneo y uniforme que siguen la ecuación

$$x = x_o + v.t.$$

Hay que escoger un sistema de coordenadas con un criterio de signos (positivo hacia la derecha) y un origen que es el del encuentro inicial entre la lancha y el bote.

En $t = 0$

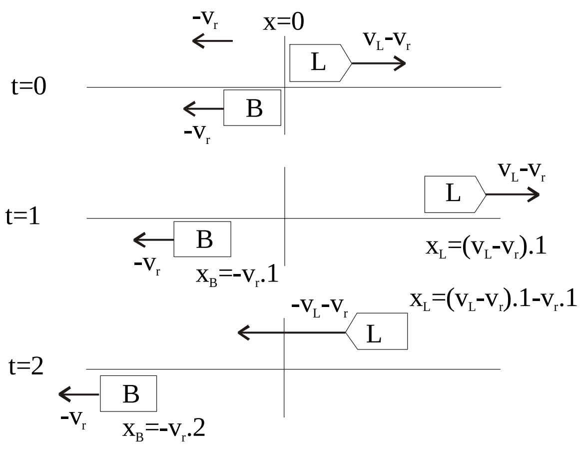
$x_B = 0 \qquad x_L = 0$

En $t = 1$ la balsa se mueve con la velocidad del río y la lancha con la suya menos la del río. Las coordenadas son:

$x_B = -v_r.1 \qquad x_L = (v_L - v_r).1.$

Entre $t = 1$ y $t = 2$ los dos objetos son arrastrados $-v_r.1$. En $t=2$ la posición es la de $t=1$ habiéndole sumado $-v_r.1$:

$x_B = -v_r.2 \qquad x_L = (v_L - v_r).1 - v_r.1$



En este momento ponemos el tiempo a cero y aplicamos la ecuación $x = x_o + v.t$:

$$x_l = [(v_l - v_r).1 - v_r.1] + (-v_l - v_r).t \qquad x_b = -v_r.2 - v_r.t$$

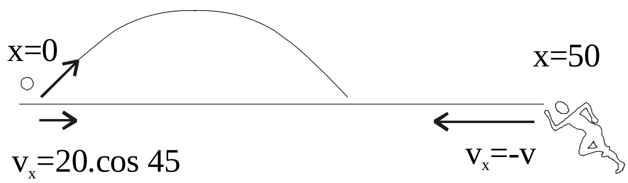
Si igualamos queda :

$$-2.v_r - v_r\,.\,t = v_L - v_r - v_r - v_L\,.\,t - v_r\,.\,t \quad \Rightarrow \quad t = 1\ h.$$

Si se sustituye este tiempo en la ecuación de la balsa sabiendo además, que el encuentro es en $x_B = 3\ Km$, se obtiene:

$$3 = -\,2.v_r - v_r.1 \quad \Rightarrow \quad v_r = 1\ Km/h.$$

4. D. Igual que antes los movimientos en el eje X siguen ecuaciones del tipo $x=x_o+v.t$.



Las posiciones horizontales de la pelota x_P y del jugador x_J:

$x_P=20.cos\ 45\ .\ t$ $\qquad\qquad$ $x_J = 50 - v.t$

igualando en el encuentro queda:

$$20.\sqrt{2}/2\ .t = 50 - vt\ ;t = \frac{50}{10\sqrt{2}+v}$$

Por otro lado el movimiento vertical de la pelota es uniformemente acelerado y de ecuación:

$$y_p = 20.sen\ 45\ .\ t - 5\ t^2$$

Como la altura inicial y final de la pelota es $y = 0$ para obtener el tiempo se sustituye este valor en la ecuación anterior y queda:

$$0 = 20.\sqrt{2}/2\ .t - 5.t^2\ \ ;\ 0 = \left(10.\sqrt{2} - 5.t\right).t\ \ ;\ \ t = 2\sqrt{2}\ s$$

Si se sustituye este tiempo en el conseguido en la ecuación del eje X queda:

$$2\sqrt{2} = \frac{50}{10\sqrt{2}+v} \iff v = 2{,}5\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$

5. D. Supuesto un movimiento uniformemente acelerado se verifica:

$$\Delta\theta = \omega_o.t + 1/2.\alpha.t^2 = 60\,rev/min \cdot 1\,min/60\,s\ .5\,s + 1/2\ \frac{6\,rev/s - 1\,rev/s}{5\,s}.(5\,s)^2 = 17{,}5\,rev$$

6. B. Aplicando la segunda ley de Newton al plano de inclinación α queda:

$a = 0 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg.\text{sen}\,\alpha - \mu.mg.\cos\alpha}{m}$ que despejando resulta μ=tag α

Para el otro plano inclinado sería:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg.\text{sen}\,\alpha - \mu.mg.\cos\alpha}{m} = g.(\text{sen}\,\varphi - \mu.\cos\varphi) = g.(\text{sen}\,\varphi - tag\ \alpha.\cos\varphi)$$

7. D. Según Newton $F.\Delta t = m\ .\ \Delta v$ y aplicando esta ecuación a los datos se tiene:

Para el cuerpo A: $\qquad F\ .\ 1 = 4\ .\ \Delta v_A$

Para el cuerpo B: $\qquad F\ .\ 4 = 1\ .\ \Delta v_B$

y dividiendo ambas expresiones entre sí resulta

$$\Delta v_B = 16\ .\ \Delta v_A$$

8. A. La segunda derivada del vector de posición respecto del tiempo da una aceleración del centro de masas constante de valor (1*i* + 10*j*) lo que hace que la fuerza sea también constante.

9. C. Por simetría $Y_{CM}=0$ y para el eje X se obtiene:

$$X_{CM} = \frac{\Sigma m_i X_i}{\Sigma m_i} = \frac{\Sigma\sigma.S_i.X_i}{\Sigma\sigma.S_i} = \frac{\pi R^2.0 - \pi\left(R/2\right)^2.\left(-R/2\right)}{\pi R^2 - \pi\left(R/2\right)^2} = \frac{R^3/8}{3/4.R^2} = R/6\,.$$

Como se observa en esta última fórmula se considera el hueco con densidad negativa.

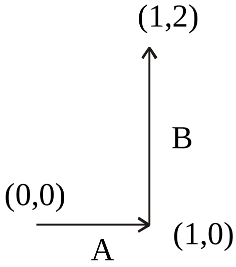
10. C. Por definición $W = \int \vec{F}.d\vec{r} = \int F_x.dx + \int F_y.dy$,

y además $W_{total} = W_A + W_B$

En el trayecto A y=0 ; $W_A = \int_{x=0}^{X=1} (x^2 - y).dx = \left[x^3/3 \right] = 1/3$

En el trayecto B x=1; $W_B = \int_{Y=0}^{y=2} 6y^3.dy = \left[6\,y^4/4 \right] = 24$

Sumando ambos trabajos queda W_{total} = 1/3 + 24 = 73/3 J.

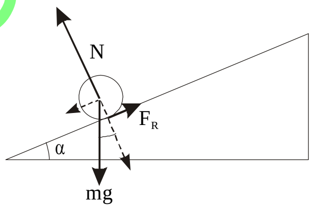


11. B. La potencia es igual a la energía dividida por el tiempo. Sea la cinética o la potencial, en ambas la energía es proporcional a la masa. Luego al doble de masa el doble de potencia.

12. C. $W = \Sigma W_i = \Sigma mgh_i$, se trata de sumar los 10 términos de una progresión aritmética.

La fórmula para esto es: $Suma = \frac{(W_1 + W_n)}{2}.n = \frac{(0 + 10.50.9)}{2}.10 = 22500\ J$

13. D. Apliquemos las ecuaciones de la dinámica al objeto. Para la traslación:



$\Sigma F = m.a$ $\qquad$ $mg.sen\ \alpha - F_R = m.a$

Rotación en torno al centro de masas

$\Sigma M = I.a_\alpha$,

donde podemos sustituir la aceleración angular a_α por la lineal dividida por el radio en el caso de que el objeto ruede sin deslizar: $a_\alpha = a/R$. Para un cilindro macizo rodando así $I = ½ . m.R^2$ lo que nos lleva en rotación hasta:

$F_R . R = ½ . m\,R^2 . a/R \qquad \Rightarrow \qquad F_R = m\ a/2$

Sustituido en la ecuación de la traslación da:

$mg.sen\ \alpha - m.a/2 = m.a \qquad \Rightarrow \qquad a = 2/3\ g . sen\ \alpha$

lo que da un valor para la fuerza de rozamiento de

$F_R = m . a/2 = m . 1/3. g. sen\ \alpha$

De otra parte $\qquad F_R = \mu . N = \mu . mg . cos\ \alpha$

que igualada a la anterior implica que:

$\mu . mg . cos\ \alpha = m . 1/3. g.. sen\ \alpha \ \Rightarrow\ \mu = 1/3 . tag\ \alpha \ \Rightarrow\ tag\ \alpha\ = 3 . \mu$

14. C. Para que el objeto no deslice la fuerza centrípeta debe ser la de rozamiento:

$F_{cp} = F_{roz} \qquad m . \omega^2 . R = \mu . mg$

despejando y sustituyendo:

$$R = \frac{\mu.g}{\omega^2} = \frac{0{,}4 . 10\ m/s^2}{\left(2\ rev/s . 2\pi\ rad/rev\right)^2} = \frac{4}{4^2\pi^2} m . 100\ cm/m = \frac{25}{\pi^2}\ cm$$

15. A. Si no hay cambio de estado $Q = m . C_e . \Delta T$ y al despejar

$$\Delta T = \frac{Q}{m . C_e}$$

Si el foco es el mismo, Q es igual y ΔT aumenta si C_e disminuye.

16. C. Efectivamente un proceso cuasiestático y adiabático verifica que: $P.V^{\gamma} = cte$.

La variación de entropía del Universo (sistema+alrededores) es la suma de la del sistema más la del entorno que lo rodea:

$$\Delta S_{UNIVERSO} = \Delta S_{SISTEMA} + \Delta S_{ALREDEDORES}$$

Esta variación es siempre positiva en un proceso irreversible (todo aquel que sea posible en la realidad). Si el sistema absorbe calor su entropía aumenta y la del entorno disminuye pero total ΔS es positivo. Si el sistema cede calor, su entropía disminuye, pero la del entorno aumenta y en conjunto, también aumenta la del universo.

La definición A es incorrecta pues no se dice qué sufre el incremento de entropía, si el sistema o el sistema-entorno (Universo).

La definición B es incorrecta puesto que debería decir ΔS positivo, ya que el cero es un número no negativo que corresponde a procesos reversibles que no son posibles al ser ideales.

La D es falsa ya que la variación de entropía sería en este proceso isotermo:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{6000\ J}{300\ K} = 20\ \frac{J}{K}$$

17. C. Llamemos P_h al peso a una altura h y P_o al peso al nivel del mar, entonces:

$$P_h = \tfrac{1}{4} \cdot P_o \Leftrightarrow \frac{G\,M_T\ m}{(R_T + h)^2} = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{G\,M_T\ m}{R_T^{\ 2}}$$

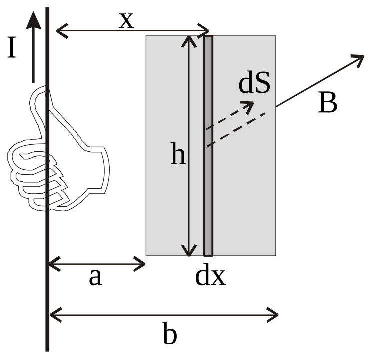
si se simplifica

$$\frac{R_T + h}{R_T} = 2 \quad \Rightarrow \quad h = R_T$$

Un razonamiento más rápido sería decir que como el peso depende del inverso del cuadrado de la distancia al centro de la Tierra, al duplicarse ésta el peso queda reducido a la cuarta parte. El doble de distancia supone estar a una altura igual al radio terrestre.

18. D. Calculemos el flujo como la integral:

$$\phi = \int \vec{B}.d\vec{S}$$



El elemento de superficie es un rectángulo de altura h y base dx:

$$dS = h\ .\ dx:$$

En esta superficie elemental el vector inducción magnética $\vec{B}$ es constante y perpendicular a ella, con sentido hacia dentro del plano del dibujo en toda su extensión, ya que su valor depende de la distancia al hilo de corriente:

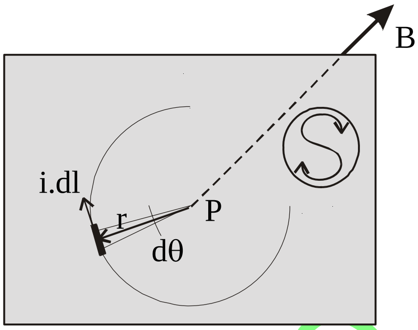
$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi x}$$

$$\phi = \int B\,.\cos 0\,.\,dS = \int_a^b \frac{\mu_o i}{2\pi x}\,.\,h\,.\,dx = \frac{\mu_o i\,h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

19. C. Según el Teorema de Gauss para el campo electrostático, el flujo a través de una superficie cerrada es:

$$\phi = \frac{\Sigma q_{\text{interior}}}{\varepsilon_o} = \frac{+q - q}{\varepsilon_o} = 0$$

20. D. La inducción magnética total en el punto P se debe (por el principio de superposición) a la que crean el arco y los dos trozos rectos:



$$\vec{B}_{TOTAL} = \vec{B}_{ARCO} + 2.\vec{B}_{RECTA}$$

Si aplicamos la Ley de Biot-Savart a cada trozo:

$$\vec{B} = \int \frac{\mu_o . i}{4\pi r^3} \, d\vec{l} \times \vec{r}$$

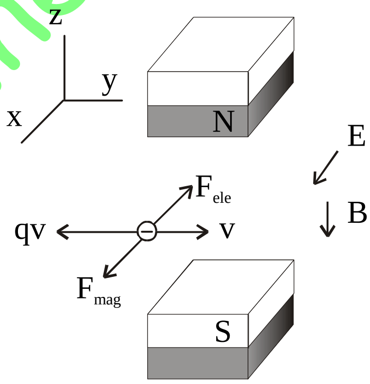
se comprende que los trozos rectos no aporten inducción al punto P ya que en ellos los vectores $d\vec{l}$ y $\vec{r}$ son o bien paralelos o antiparalelos, con lo que sus productos vectoriales son nulos. Queda pues:

$$B_{TOTAL} = B_{ARCO} = \int \frac{\mu_o . i}{4\pi r^2} \, dl \, . \mathrm{sen}\, 90$$

cambiando $dl = r.d\theta$:

$$B = \int_0^{3\pi/2} \frac{\mu_o i}{4\pi r} . d\theta = \frac{\mu_o i}{4\pi r} . \frac{3}{2}\pi = \frac{\mu_o i}{r} . \frac{3}{8}$$

21. A. Para que se mantenga constante la velocidad la suma de las fuerzas que actúan sobre el electrón debe ser cero. O sea la $F_{ELECTRICA} = F_{MAGNÉTICA}$



$$Q . E = Q . v . B$$

$$B = E / v = 100 / 2.10^6 = 0,5 . 10^{-4} \; T$$

Respecto al carácter vectorial podemos escribir:

$$\vec{F}_{ELECTRICA} = - \vec{F}_{MAGNÉTICA}$$

y teniendo en cuenta que la carga del electrón es negativa queda:

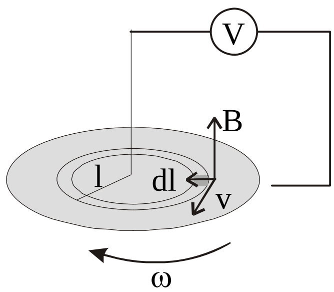
$$(-q).E.\hat{i} = -(-q).v.\hat{j} \times B.(-\hat{k})$$

Donde se observa que el vector $\vec{B}$ debe ir hacia el sentido negativo del eje Z para que se verifique en la expresión anterior que:

$$-\hat{i} = \hat{j} \times (-\hat{k})$$

quedando así como solución $\vec{B} = -5.10^{-5} . \hat{k}$

22. B. La fem entre el extremo y el centro de un disco plano conductor que gira en torno a un eje perpendicular a él y que pasa por su centro, es:



$$\varepsilon = \int \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) d\vec{l} = \int_0^R B.\omega.l.dl = B\omega \, {R^2}/{2} =$$

$$2\,T.1200 \, {rev}/{min} . {2\pi \, rad}/{rev} . {1\,min}/{60\,s} . {0,5^2 \; m^2}/{2} = 10\pi \, V$$

23. C. En un transformador se cumple :

$$\varepsilon_{ENTRADA} / N_{ENTRADA} = \varepsilon_{SALIDA} / N_{SALIDA}$$

$$2500 \; V / 20 = \varepsilon_{SALIDA} / 1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{SALIDA} = 125 \; V.$$

De otro lado la potencia es:

$$P_{SALIDA} = \varepsilon_{SALIDA} . i_{SALIDA} = 125 \; V . 80 \; A = 10.000 \; w = 10 \; Kw$$

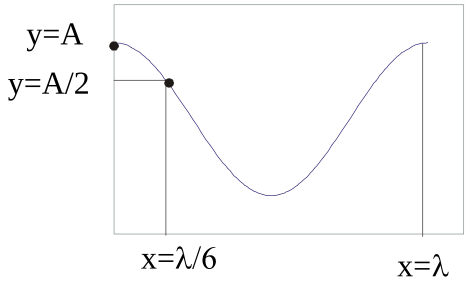
24. C. La ecuación de la onda en ese momento dado es:

$$y = A\,.\,\cos\varphi$$

de esa forma $y = A$ cuando $\varphi = 0$.

Ahora bien, para que $y=A/2$ queda un desfase

$A/2 = A\cos x \quad \Rightarrow \quad \varphi=60^o$



Si hacemos una proporción y dos puntos que están separados por una longitud de onda (1 *m*) están desfasados 360º, entonces si el desfase es de 60º su separación será:

$$\frac{360^o}{1\,m} = \frac{60^o}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{6}\,m$$

25. A. La velocidad de propagación es

$$c=\lambda/T$$

y la de la partícula es:

$$v = \frac{dy}{dt} = A.\omega.\cos(kx - \omega t)$$