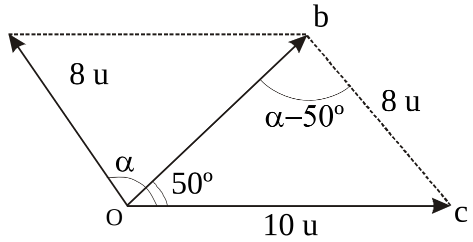
SOLUCIONES AL TEST 16

1. A. En el triángulo OBC de la figura podemos aplicar el teorema de los senos:



$$\frac{8}{sen 50^o} = \frac{10}{sen(\alpha - 50^o)}$$

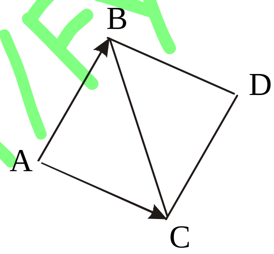
de la que se deduce que

$$sen(\alpha - 50^o) = \frac{10\cancel{u}\,sen 50^o}{8\cancel{u}}$$

y por lo tanto

$$\alpha - 50^o = 73{,}25^o \quad \Rightarrow \quad \alpha = 123{,}25^o$$

2. D. Calcularemos las componentes del vector AB:



$$\overrightarrow{AB} = (0-1, 0-3, 2-1) = -\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$$

de forma análoga procederemos para calcular el valor del vector AC:

$$\overrightarrow{AC} = (1-1, 0-3, 0-1) = -3\vec{j} - \vec{k}$$

el módulo del producto vectorial de los vectores AB y AC nos proporciona el área del paralelogramo ABCD; si queremos calcular el área del triángulo ABC, basta con dividir por dos el área del paralelogramo, por lo tanto

$$Área = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$$

el producto vectorial lo calcularemos desarrollando el siguiente determinante:

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \end{vmatrix} = -6\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$$

el módulo del vector que se obtiene es

$$\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{36+1+9} = \sqrt{46}\, u^2$$

en consecuencia el área del triángulo es

$$Área = \frac{1}{2}\sqrt{46}\, u^2 = 3{,}39\; u^2$$

3. A. Si tenemos en cuenta que la velocidad es la variación del vector de posición con respecto al tiempo y la aceleración es la variación de la velocidad con respecto al tiempo, podemos hallar la aceleración de la partícula:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\left(2t^2\vec{i} + 3t\vec{j}\right)}{dt} = 4t\vec{i} + 3\vec{j}\; m/s \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\left(4t\vec{i} + 3\vec{j}\right)}{dt} = 4\vec{i}\; m/s^2$$

la fuerza a la que está sometida la partícula es

$$\vec{F} = m{\cdot}\vec{a} = 10\,kg\,4\vec{i}\; m/s^2 = 40\vec{i}\; N$$

el momento de la fuerza, M, respecto al origen es

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

al igual que se hizo en el problema anterior, calcularemos el vector que resulta de multiplicar vectorialmente el vector de posición con el vector fuerza:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2t^2 & 3t & 0 \\ 40 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -120t\vec{k} \;\; N\,.\,m$$

4. El enunciado tendría que decir rapidez media y no velocidad media, ya que en un trayecto donde la posición inicial coincide con la final (el vector posición en el instante inicial es el mismo que en el instante final), la velocidad media es cero, puesto que la velocidad media se define como el cociente del incremento del vector posición entre el tiempo, y por lo tanto sería cero. Si admitimos que lo que se pide es la rapidez media, la opción correcta es D. Veámoslo. Si la distancia entre las ciudades A y B es s (km), la distancia recorrida es 2s (km). El tiempo empleado en el trayecto de ida es s/60 horas. En el trayecto de vuelta el tiempo empleado es s/90 horas. Como la rapidez media es la distancia recorrida entre el tiempo empleado

$$v_m = \frac{2s \;\; km}{\left(\dfrac{s}{60} + \dfrac{s}{90}\right) \;\; h} = \frac{2\,.\,60\,.\,90 \;\; km}{150 \;\; h} = 72 \;\; km/h$$

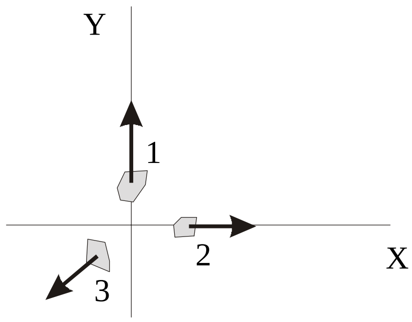
5. A. Calcularemos la aceleración de este movimiento. Al ser constante,

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\left(0 - 60\vec{i}\right)\dfrac{km}{h} \times \dfrac{1000\,m}{1km} \times \dfrac{1h}{3600\,s}}{1{,}2\,mn \times \dfrac{60\,s}{1mn}} = -\frac{25}{108}\vec{i} \;\; \frac{m}{s^2}$$

en donde se ha elegido el sentido positivo del eje OX el del movimiento del automóvil, y en consecuencia la aceleración tiene sentido contrario. Aplicando la segunda ley de Newton, podemos calcular la fuerza aplicada:

$$\vec{F} = m\cdot\vec{a} = 1500\,kg \;.\; \left(-\frac{25}{108}\vec{i}\right)\frac{m}{s^2} = -347\vec{i} \;\; N$$

6. A. La ley de Hooke afirma que la elongación de un resorte es <u>directamente</u> proporcional a la fuerza que se aplica. No debe confundirnos el signo menos que es debido al criterio de signos para la elongación y la fuerza aplicada. El apartado B es correcto por la tercera ley de Newton. Si aplicamos la segunda ley de Newton, expresando la masa en kilogramos, comprobaremos que es verdadera; por último un libro que descansa en una mesa horizontal, está en reposo y si aplicamos la primera ley de Newton, la resultante de las fuerzas aplicadas al libro debe ser cero.



7. A. En una explosión sólo intervienen fuerzas internas, por lo tanto la cantidad del movimiento del sistema se conserva. Esto quiere decir que la cantidad de movimiento antes de la explosión (cero) tiene que ser igual a la cantidad de movimiento después de la misma:

$$0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 = 1\,.\,12\vec{j} + 2\,.\,8\vec{i} + m_3\vec{v}_3$$

al despejar la velocidad del tercer fragmento, se obtiene

$$\vec{v}_3 = \frac{-16\vec{i} - 12\vec{j}}{m_3}$$

como conocemos el módulo de la velocidad de este trozo, podemos decir que:

$$40\ m/s = \sqrt{\frac{(-16)^2}{m_3^2} + \frac{(-12)^2}{m_3^2}} = \frac{20}{m_3} kg.m/s$$

despejando m_3, se obtiene un valor de 0,5 kg; la masa de la roca es la suma de los tres fragmentos, es decir, 3,5 kg.

8. B. El coeficiente de restitución, K, es la medida de la elasticidad de una colisión, y se define como el cociente entre la velocidad relativa de retroceso y la velocidad relativa de aproximación:

$$K = -\frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{2i} - v_{1i}}$$

de manera que si K = 0 el choque es perfectamente inelástico y si K = 1 el choque es elástico.

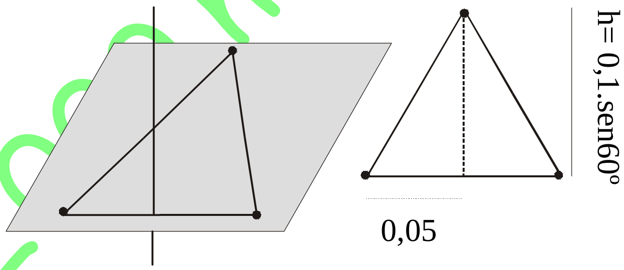
9. B. El centro de masas se mueve como una partícula de masa

$$M = \sum m_i$$

sometida a la influencia de la fuerza externa resultante que actúa sobre el sistema.

10. C. La mediana se define como la recta que une un vértice al punto medio del lado opuesto.
11. C. La fuerza de rozamiento no es una fuerza conservativa.
12. A. El momento de inercia de un sistema de masas puntuales se define como

$$I = \sum m_i . r_i^2$$



siendo m la masa y r la distancia que existe entre la masa y el eje de rotación. Por lo tanto, y atendiendo a la figura, se tiene:

$$I = 2kg.(0{,}05)^2\ m^2 + 2kg.(0{,}05)^2\ m^2 + 2kg.(0{,}1 \text{sen}\, 60^o)^2 m^2 = 0{,}025\, kg.m^2$$

13. B. La A es falsa porque

$$\vec{M}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

siendo L el momento angular; con respecto al apartado C podemos decir que el momento de inercia depende del cuerpo y del eje de rotación; por último el apartado D es falso, porque lo que es igual es la velocidad angular.

14. A. Sabemos que $dW = pdV$, en nuestro caso P.V=K, es decir P=K/V; si sustituimos en la expresión del trabajo,

$$dW = \frac{K}{V} dV$$

integrando en ambos miembros:

$$\int dW = \int \frac{K}{V} dV \Rightarrow W = K\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = K[LnV_2 - LnV_1] = KLn\frac{V_2}{V_1}$$

15. C. Sabemos que el calor cedido por la lámina B tiene que se igual al calor ganado por la lámina A (en valor absoluto) es decir: $|Q_g| = |Q_c|$; sabiendo que el calor depende del calor específico, de la masa y de la diferencia de temperatura, podemos expresar la relación anterior como

$$C_A m(t - 0) = C_B 3m(100 - T)$$

si sustituimos t por su valor, 25ºC, se obtiene:

$$C_A \,.\, \cancel{m} \,.\, 25 = C_B \,.\, 3\cancel{m} \,.\, 75$$

por lo tanto la relación que existe entre los calores específicos es: $C_A=9C_B$.

16. D. La única opción aceptable. El calor específico es la capacidad térmica por unidad de masa, siendo la capacidad térmica, la energía térmica que se necesita para aumentar un grado la temperatura de la sustancia. a mayor calor específico mayor energía se necesita para variar en un grado su temperatura.
17. A. Sea M la masa del planeta y m la masa del satélite. La única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza que ejerce el planeta sobre el satélite, cuyo valor es

$$F = k\frac{M\,.\,m}{r^2}$$

siendo r la distancia entre el satélite y el planeta. Al describir una órbita circular, su movimiento es el correspondiente a un movimiento circular y uniforme (ley de Kepler), y en consecuencia, la aceleración del satélite es aceleración normal. Aplicando la segunda ley de Newton al satélite, se obtiene:

$$k\frac{M\,.\,m}{r^2} = m\,.\,a_n \quad\Rightarrow\quad k\frac{M\,.\,m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

por otro lado, el módulo de la velocidad del satélite es la distancia recorrida (2πr) entre el tiempo que tarda en dar una vuelta (periodo); si sustituimos se obtiene:

$$k\frac{M\cdot\cancel{m}}{r^2} = \cancel{m}\frac{\left(\frac{2\pi r}{P}\right)^2}{r} \Rightarrow k\frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{P^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{kP^2}$$

18. D. Para más detalles véase Media-98, número 23.
19. A. Según el teorema de Gauss

$$\phi = \frac{q_{\text{interior}}}{\varepsilon_0} = \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Para una superficie cilíndrica, ver el gráfico de Media-98, número 17,

$$\oint_s \vec{E}\,.\,d\vec{s} = 2ES$$

ya que la superficie lateral no cuenta, porque el vector superficie y el vector campo eléctrico son perpendiculares. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = 2ES \;\Rightarrow\; E = \frac{q}{2S\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad siendo \quad \sigma = \frac{q}{S}$$

20. C. La f.e.m. es la variación del flujo con respecto al tiempo; es decir para que haya f.e.m. tiene que haber variación de flujo. Matemáticamente

$$\xi = -\frac{d\phi}{dt}$$

21. C. Sea B el módulo del campo magnético en el centro de una espira de radio R, y B_1 en el centro de una espira de radio R/2, se cumple que:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\frac{R}{2}} = \frac{2\mu_0 I}{2R} = 2B$$

22. C.

$$\xi = -n\frac{d\phi}{dt} = -n\frac{d}{dt}(B\,.\,S\,.\cos\alpha) = -n\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu In}{l}S\cos\alpha\right)$$

Al aparecer el número de espiras, n, al cuadrado será el más influyente.

23. B. La intensidad sonora en los puntos A y B es:

$$\left.\begin{aligned} I_A &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ I_B &= \frac{P}{4\pi(2r)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_A 4\pi r^2 = I_B 4\pi(2r)^2 \Rightarrow I_A = 4I_B \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 4$$

24. D. La velocidad de propagación del sonido es función de:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

donde γ es el coeficiente adiabático (C_p/C_v) o cociente entre las capacidades molares que depende del medio (para el aire es 1,4), R es la constante universal de los gases, M la masa molar y T la temperatura absoluta del medio.

25. D. Supongamos dos movimientos armónicos simples tales que:

$$x_1 = A_1\,sen(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A_2\,sen(\omega t + \varphi_2)$$

la ecuación de la onda armónica resultante de la interferencia en un punto es la suma de las dos:

$$x_r = x_1 + x_2 = A_1\,sen(\omega t + \varphi_1) + A_2\,sen(\omega t + \varphi_2) = A_r\,sen(\omega t + \varphi\ )$$

en donde la amplitud resultante y el desfase son, respectivamente:

$$A_r^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$
$$tg\,\varphi = \frac{A_1\,sen\varphi_1 + A_2\,sen\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

que tiene la misma frecuencia pero distinta amplitud.