1.- B. Para determinar el trabajo realizado por la fuerza cuando la partícula se mueve a lo largo de la curva desde un punto a otro, se calcula el producto de la componente tangencial de la fuerza por su desplazamiento para cada elemento de la trayectoria y luego sumamos todos los trabajos elementales; esto nos lleva a la expresión B.

2.- C. La potencia es el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado. Si tenemos en cuenta que la fuerza en este caso es paralela al desplazamiento:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F.e}{t} = F.v = 400\ Kp.10\frac{N}{Kp}.500\frac{m}{s} = 2.10^6\ w$$

3.- C. Si aplicamos la definición de trabajo como la circulación de la Fuerza a través de la trayectoria:

$$W = \int_{X_1}^{X_2} F_X\,.dx + \int_{Y_1}^{Y_2} F_Y\,.dx = \int_1^2 3xy.dx + \int_1^4 2.x.y.dy$$

Ahora bien la relación entre x e y la da la trayectoria seguida. Entonces:

$$y = x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x = \sqrt{y}$$

Se sustituye en las integrales para que la primera dependa de *x* y la segunda de *y*, de acuerdo con los límites y la diferencial que poseen:

$$W = \int_1^2 3x.x^2.dx + \int_1^4 2.\sqrt{y}.y.dy = \frac{3}{4}.\left[x^4\right]_1^2 + \frac{4}{5}\left[y^{5/2}\right]_1^4 =$$

$$\frac{3}{4}\left[2^4 - 1^4\right] + \frac{4}{5}\left[4^{5/2} - 1^{5/2}\right] = \frac{3}{4}[16-1] + \frac{4}{5}[32-1] = 36{,}05\ J$$

4.- B. El trabajo se define como el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento; el desplazamiento realizado por la partícula a lo largo del eje Y es

$$\Delta\vec{r} = 3\vec{j}$$

si aplicamos la definición anterior, al multiplicar escalarmente la fuerza aplicada por el desplazamiento, se obtiene

$$W_F = 5\vec{i}\ .\ 3\vec{j} = 0\,.$$

5.- C. La definición de trabajo exige que para que una fuerza realice trabajo el punto de aplicación de la fuerza se tiene que mover a través de una distancia y además que exista una componente de la fuerza a lo largo de la línea del movimiento.

6.- A. La conservación del momento lineal en el impacto conduce a:

$$m.v_o = (M+m).v \ \Leftrightarrow\ 0{,}5\ Kg.2{,}3\ {}^{m}\!/_{s} = (0{,}5+2)\ Kg\ .\ v \ \Leftrightarrow v = 0{,}46\ {}^{m}\!/_{s}$$

La conservación de la energía después del impacto es:

$$\tfrac{1}{2}\,.(M+m).v^2 = (M+m).g.h \ \Leftrightarrow\ h = \frac{(0{,}46\ m/s)^2}{9{,}8\ {}^{m}\!/_{s^2}} = 0{,}01\ m$$

7.- B. La potencia es el cociente entre el trabajo y el tiempo. O también entre la variación de energía mecánica y el tiempo. Entonces:

$$P = \frac{m.g.h}{t} = \frac{800\ N\ .10\ m}{20\ s} = 400\ w$$

8.- C. Según el principio de conservación de la energía, en ausencia de rozamiento u otras fuerzas no conservativas, se conserva la energía mecánica. Así, la cinética inicial es igual a la potencial final. Se observa obviamente la falsedad de A,B y D.

9.- C. Puesto que no existe ningún desplazamiento paralelo a la fuerza no existe trabajo mecánico.

10.- B. De la definición de trabajo:

$$W=\int_0^2 2x.dx+\int_0^{-1}-y.dy+\int_0^3 3z.dz=\left[x^2\right]_{x=0}^{x=2}+\left[-\frac{y^2}{2}\right]_{y=0}^{y=-1}+\left[\frac{3z^2}{2}\right]_{z=0}^{z=3}=4-\frac{1}{2}+\frac{27}{2}=17\ J$$

11.- C. La fuerza de la gravedad es una fuerza conservativa, entonces su trabajo es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo y por tanto, sólo depende de la posición inicial y final. Si ambas posiciones son diferentes entre sí, el trabajo es distinto de cero. Como ambos escaladores empiezan y acaban en el mismo lugar, los trabajos serán iguales.

12.- A. La B debería decir “trabajo desarrollado por las fuerzas no conservativas”. La C es falsa ya que la energía que depende de la posición es la potencial. La D debería decir que sí se conserva la energía mecánica cuando sólo actúan las fuerzas elásticas, ya que son conservativas.

13.- C.

$$R=\frac{P_{REAL}}{P_{TEÓRICA}}=\frac{500\ Kg\ .\ 9{,}8\ m/s^2\ .\ 60\ m\big/30\ s}{15\ CV\ .\ 735\ w\big/1\ CV}=0{,}88$$

14.- C. La potencia es el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado. Si una máquina hace en menos tiempo el mismo trabajo es porque es tiene más potencia.

15.- C. Lo correcto sería decir que se conserva la energía mecánica si sólo actúan fuerzas conservativas.

16.- A. La Potencia teórica corresponde a la Energía cinética por unidad de tiempo del agua que mueve la turbina. El % de rendimiento es el cociente entre la potencia práctica y la teórica multiplicado por 100:

$$R=\frac{P_{PRÁCTICA}}{P_{TEÓRICA}}.100=\frac{2{,}35\,.\,10^6}{1\!/\!2\ .\ 2.10^4\ .\ (2.10^2)^2}=58{,}75\,\%$$

17.- C. La A y la D son vectoriales y no se conservan. La energía potencial no se conserva al variar la altura. Sólo se conserva la energía cinética por ser constante la celeridad.

18.- C. Por definición $W=\int\vec{F}.d\vec{r}=\int F_x.dx+\int F_y.dy$,

y además $W_{total}=W_A+W_B$

En el trayecto A y=0 ; $W_A=\int_{x=0}^{X=1}(x^2-y).dx=\left[x^3\!/\!3\right]=1/3$

En el trayecto B x=1; $W_B=\int_{Y=0}^{y=2}6y^3.dy=\left[6\,y^4\!/\!4\right]=24$

Sumando ambos trabajos queda W_{total} = 1/3 + 24 = 73/3 J.

19.- B. La potencia es igual a la energía dividida por el tiempo. Sea la cinética o la potencial, en ambas la energía es proporcional a la masa. Luego al doble de masa el doble de potencia.

20.- C. $W = \Sigma W_i = \Sigma mgh_i$, se trata de sumar los 10 términos de una progresión aritmética. La fórmula para esto es:

$$Suma = \frac{(W_1 + W_n)}{2}.n = \frac{(0 + 10.50.9)}{2}.10 = 22500\ J$$

21.- A. La cadena que cuelga posee 1 *Kg* de masa y tiene 0,5 *m* de largo. Para subirla tendremos que mover su centro de masas situado 0,25 *m* por debajo del nivel de la mesa:

$$W = \Delta E_P = m.g.h = 1\ Kg\ .\ 10\ m/s2\ .\ 0{,}25\ m = 2{,}5\ J$$

22.- C. La potencia es el cociente entre el trabajo o la energía y el tiempo. Dado que el trabajo es el producto escalar entre la fuerza y el espacio queda que la potencia es el producto escalar entre la fuerza y la velocidad (esto anula la A).

$$P = \frac{F.e}{t} = F.v$$

Las dimensiones en el sistema internacional son $M.L^2.T^{-1}$ (lo que anula la B) y en el sistema técnico las de $F.L.T^{-1}$.

23.- D. Sólo realiza trabajo la fuerza paralela al desplazamiento, que forma con él un ángulo de 0º con lo que su producto escalar es distinto de cero. La fuerza normal al desplazamiento da un producto escalar cero con él, ya que es perpendicular al mismo.

24.- A. El trabajo que realiza la fuerza de resistencia se emplea en anular la energía cinética de la partícula:

$$F.e = \frac{1}{2}.m.v^2 \Leftrightarrow F = \frac{m.v^2}{2.e} = \frac{5.10^{-3}\ Kg.\left(40\ m/_s\right)^2}{2.0{,}1\ m} = 40\ N$$

25.- B. El trabajo se calcula mediante la integral definida:

$$W = \int_{X_1}^{X_2} f.dx = \int_{X_1}^{X_2} k.x.dx = \left[\frac{1}{2}.k.x^2\right]_{X_1}^{X_2}$$

en la que x representa la diferencia entre la longitud del muelle en un momento dado y la que tiene en ausencia de fuerzas. Entonces:

x_1 = 12 cm – 10 cm = 2 cm $\qquad$ x_2 = 14 cm – 10 cm = 4 cm

$$W = \frac{1}{2}.10\frac{N}{m}.\left[(0{,}04)^2 - (0{,}02)^2\right]m^2 = 0{,}006\ J = 6\ mJ$$

26.- C. Si aplicamos el principio de conservación de la energía y suponemos que no hay rozamiento, entonces la energía inicial y la final deben ser iguales. Como en la energía cinética se tiene el módulo de la velocidad al cuadrado, entonces las dos pelotas tienen la misma energía cinética inicial, luego al salir desde la misma altura deben llegar al suelo con la misma velocidad final:

$$m.g.h+\frac{1}{2}.m.v_O^2=\frac{1}{2}.m.v_F^2$$

27.- B. El Teorema de las fuerzas vivas nos dice que el trabajo que hace una fuerza se emplea en incrementar la energía cinética:

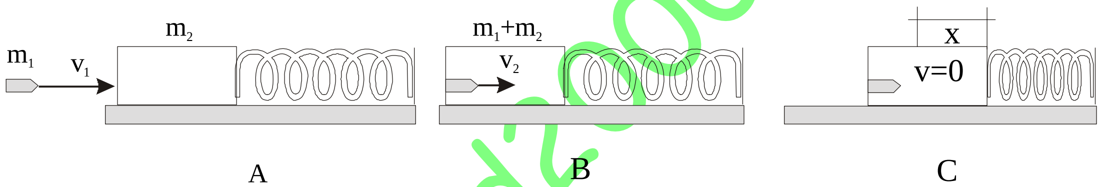
$$W=\int_0^x F_X\,.dx=\int_0^x(100+4.x).dx=\frac{1}{2}.m.v^2 \Leftrightarrow 100.x+2.x^2=\frac{1}{2}.m.v^2$$

$$100.x+2.x^2-\frac{1}{2}.0{,}020.100^2=0=x^2+50.x-50 \Leftrightarrow x=+0{,}98\,m=98\,cm$$

28.- D. $W_{NC}=\Delta E_{CIN}+\Delta E_P$; $F\,.\,e\,.\,cos\,180=0-m\,.\,g\,.\,(h+e)$

En la fórmula anterior el nivel de altura cero está situado en el punto final. El nivel inicial de arena está 0,03 m por encima y el objeto cae entonces desde 3,03 m por encima de la posición final.

$$F=\frac{m\,.\,g\,.\,h}{e}=\frac{0{,}01\,kg\,.\,9{,}8\,{}^{m}\!/\!{}_{s^2}\,.\,(3+0{,}03)\,m}{0{,}03\,m}=9{,}898\,N$$



29.- A. En todo choque se conserva el momento lineal:

Entre la situación A y la B, se mantiene la cantidad de movimiento:

$$m_1\,.\,v_1=(m_1+m_2)\,.\,v_2$$

$$v_1=\frac{(m_1+m_2)}{m_1}.v_2$$

La velocidad v_2 que tiene el bloque y la bala en la situación B se despeja de la ecuación de conservación de la energía que aplicamos entre B y C. Ahí la energía cinética de B se transforma en energía potencial elástica en C:

$$\tfrac{1}{2}.(m_1+m_2).v_2^2=\tfrac{1}{2}.K.x^2 \Leftrightarrow v_2=\sqrt{\frac{K.x^2}{m_1+m_2}}$$

Combinando esta ecuación con la anterior, pero antes ponemos en el sistema internacional K:

$$K=\frac{10^5\ dinas}{1\,cm}.\frac{1\,N}{10^5\,dinas}.\frac{100\,cm}{1\,m}=100\,{}^{N}\!/\!{}_{m}$$

$$v_1=\frac{x}{m_1}.\sqrt{K.(m_1+m_2)}=\frac{0{,}1\,Kg}{0{,}01\,m}.\sqrt{100\,{}^{N}\!/\!{}_{m}\,.\,(0{,}990+0{,}010)\,Kg}=100\,{}^{m}\!/\!{}_{s}$$

30.- D. La energía cinética se transforma en trabajo de compresión del muelle:

$$½ \,.\, m \,.\, v^2 = F \,.\, x$$

Del gráfico se observa que la fuerza es constante e igual a 2,4 *N*, entonces:

$$½ \,.\, 4{,}8 \,.\, 1^2 = 2{,}4 \,.\, x \qquad ; \qquad x = 1\ m$$

31.- B. En un tiro parabólico sin rozamiento con el aire, la velocidad horizontal se conserva, mientras que la velocidad vertical se hace cero en el punto más alto de la trayectoria.

$$V_{ox} = V_o \,.\, cos\ \alpha = 200 \,.\, cos\ 60^o = 100\ m/s$$

Entonces en el punto más alto la energía cinética sólo depende de V_{ox}:

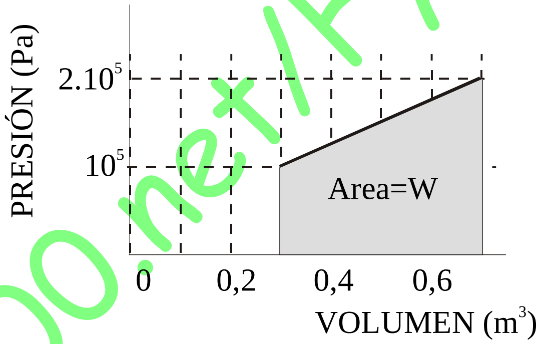
$$E_c = ½ \,.\, m \,.\, V_{ox}^2 = ½ \,.\, 0{,}20 \,.\, (100)^2 = 1000\ J$$

32.- D. El trabajo se define en una gráfica *P-V* como la integral:

$$W = \int P.dV$$

Se corresponde pues con el área comprendida entre la función y el eje de abscisas. En este caso es un trapecio cuya área es el producto de la semisuma de las alturas por la base:

$$W = ½ \,.\, (10^5 + 2.10^5) \,.\, 0{,}4 = 6 \,.\, 10^4\ J$$



33.- C. Por conservación de energía, la potencial gravitatoria se convierte en cinética de traslación más cinética de rotación:

$$mgh = ½\, m\, v^2 + ½\, I\, w^2.$$

Si el objeto rueda sin deslizar entonces *w=v/R* que sustituido en la anterior da:

$$mgh = ½\, m\, v^2 + ½\, I\, v^2/R^2 = ½\, (m + I/R^2)\, v^2$$

y despejando

$$v^2 = 2\, mgh / (m + I/R^2)$$

ecuación en la que se observa que si el momento de inercia es elevado la velocidad de traslación es baja y al revés. Por tanto, llega antes el objeto de menor momento de inercia que es la esfera.

34.- D. La potencia en rotación es igual al momento del par de fuerzas por la velocidad angular, de donde se deduce que

$$M = P/w$$

$$M = \frac{130\, CV . 735{,}5\, {}^{W}\!/_{CV}}{3900\, {}^{rev}\!/_{min} . 2\pi\, {}^{rad}\!/_{rev} . {}^{1\, min}\!/_{60\, s}} = \frac{735{,}5}{\pi}\, N.m$$

35.- B. El punto más alto de una trayectoria parabólica se consigue en el instante en que se anula la componente vertical de la velocidad, que sufre en ese eje un movimiento acelerado de ecuación:

$$v_Y = v_o . \text{sen}\ \alpha - g.t = 0 \iff t = \frac{v_o . \text{sen}\ \alpha}{g}$$

Con este tiempo sustituimos en la ecuación de posición vertical Y:

$$y = v_o.\text{sen}\,\alpha\,.\,t - \frac{1}{2}.g.t^2 = v_o.\text{sen}\,\alpha\,.\frac{v_o.\text{sen}\,\alpha}{g} - \frac{1}{2}.g.\left(\frac{v_o.\text{sen}\,\alpha}{g}\right)^2 = \frac{v_o{}^2.\text{sen}^2\,\alpha}{2.g}$$

Llevamos esta altura a la ecuación de la energía potencial y se logra:

$$E_P = m.g.y = m.\cancel{g}.\frac{v_o{}^2.\text{sen}^2\,\alpha}{2.\cancel{g}} = \frac{1}{2}.m.v_o{}^2.\text{sen}^2\,\alpha =$$

$$25\,Kg.\frac{\left(625\,{}^{m}\!/\!{}_{s}\right)^2.\text{sen}\,60^{\circ}}{2} = 3{,}66.10^6\ J = 3{,}66.10^6\ J.\frac{1\,Kgm}{9{,}8\,J} = 3{,}74.10^5\ Kgm$$

Otro método para resolver esta cuestión es con el principio de conservación de la energía mecánica que podemos aplicar ya que no hay rozamiento. En el punto más alto de la trayectoria la velocidad sólo tiene componente X y vale $v_o.\cos\alpha$, entonces:

$$E_o = E_f \iff \frac{1}{2}.m.v_o^2 = E_p + \frac{1}{2}.m.(v_o.\cos\alpha)^2 \iff E_p = \frac{1}{2}.m.v_o^2 - \frac{1}{2}.m.(v_o.\cos\alpha)^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}.m.v_o^2\left[1-\cos^2\alpha\right] = \frac{1}{2}.m.v_o^2\ \text{sen}^2\,\alpha$$

Como se ve esta expresión es idéntica a la anterior.

36.- D. El teorema de las fuerzas vivas señala que el trabajo de una fuerza se emplea en incrementar la energía cinética:

$$\int_0^x F.dx = \frac{1}{2}.m.v^2 = \int_0^x \frac{dx}{1+x} \iff \frac{1}{2}.m.v^2 = \left[\ln(1+x)\right]_0^x = \ln\frac{1+x}{1+0} = \ln(1+x) \iff$$

$$1 + x = e^{\frac{1}{2}.m.v^2} \iff x = e^{\frac{1}{2}.m.v^2} - 1$$