1.- C. Despreciando los efectos debidos al rozamiento con el hielo, las únicas fuerzas que actúan sobre la patinadora son el peso y la reacción normal del suelo, que se compensan mutuamente. Por lo tanto, el momento externo sobre la patinadora es cero; en consecuencia el momento angular debe permanecer constante, es decir

$$I\cdot\omega = cte$$

siendo I el momento de inercia de la patinadora y ω la velocidad angular. En el caso de extender los brazos, aleja parte de la masa del sistema del eje de giro, y en consecuencia, aumenta el momento de inercia tomando un valor I'. Por lo tanto podemos decir

$$I\omega = I'\cdot\omega'$$

si despejamos ω', se obtiene

$$\omega' = \frac{I}{I'}\omega$$

como I'>I, la velocidad angular al extender los brazos es menor que cuando los tenemos pegado al cuerpo.

2.- A. El momento de inercia de un cilindro macizo en rotación en torno a su eje es

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

la energía cinética de rotación es

$$E_{cr} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

si sustituimos el valor del momento de inercia se obtiene

$$E_{cr} = \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\omega^2 = \frac{1}{4}MR^2\omega^2$$

3.- B. La 2ª Ley de la Dinámica de rotación aplicada a los pesos que intentan girar la polea da una suma de momentos igual a cero, luego el sistema no posee aceleración angular:

$$\sum M = I.\alpha = m_1.g.R_1 - m_2.g.R_2 = 3.10.\frac{2R}{3} - 2.10.R = 0$$

si el sistema se moviese con aceleración, no son los pesos lo que hace girar a la polea sino las tensiones T_1 y T_2 de la cuerda, que serían diferentes de los pesos y a su vez diferentes entre sí. Cuando no hay aceleración las tensión de cada cuerda es igual al peso colgado de ella.

4.- C. 2ª Ley de la dinámica de traslación para el CM de la polea:

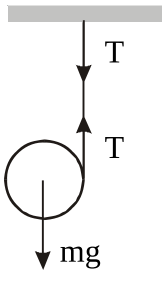
$mg - T = m.a \quad \Rightarrow \quad T = m.(g-a)$

2ª Ley para la rotación de la polea en torno a su CM:

$T.R = ½ . m . R^2 . (a/R) \quad \Rightarrow \quad T = ½ \ m.a$

Si igualamos las expresiones de la Tensión queda

$$a = 2/3 . g$$



5.- A. Aplicando la 2ª Ley de Newton para la rotación:

$$\sum M = I.\alpha = I.\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \iff \Delta t = I.\frac{\Delta\omega}{\sum M}$$

Para un disco el momento de inercia en torno a su eje de simetría perpendicular al disco es: ½ m.R^2, que llevado a la ecuación de arriba da:

$$\Delta t = 1000\,\frac{rev}{min}.2.\pi\frac{rad}{rev}.\frac{1\,min}{60\,s}.\frac{\frac{1}{2}.1\,Kg.(0{,}5\,m)^2}{13\,N.m} = 1\,s$$

6.- A. Al fundirse el hielo de los polos esa masa de agua se redistribuye por los océanos y aumenta su radio de giro. Esto implica el aumento del momento de inercia de la Tierra. Como no hay momentos exteriores actuando sobre el planeta en este desastre ecológico, entonces se conserva el momento cinético $I.\omega$ y eso implica que si ha aumentado I, disminuya ω con lo que la duración de los días y las noches se verá aumentada.

En la B debería decir que la energía cinética aumenta. En este caso no hay momento resultante de las fuerzas exteriores y se conserva el momento cinético:

$$\sum M.dt = dJ = 0 \iff J = cte. \iff I_O\omega_O = I_F\omega_F \iff \omega_F = \omega_o.\frac{I_O}{I_F}$$

Las energías cinéticas de rotación antes y después del suceso son:

$$E_O = \frac{1}{2}.I_O.\omega_O^2 \;\; ; \;\; E_F = \frac{1}{2}.I_F.\omega_F^2 = \frac{1}{2}.I_F.\left(\omega_O.\frac{I_O}{I_F}\right)^2 \iff E_F = \frac{E_O}{I_F}$$

Se ve que si I_F disminuye al juntar los brazos entonces la energía debe aumentar.

En la opción C está mal expresado que el momento de inercia sea una constante, ya que depende del eje de giro que se considere y el nº de ejes puede ser infinito.

En la opción D, es falso que el momento de inercia quede constante en el salto ya que depende de la forma que adopte el saltador así como del eje de giro con respecto al que se considere ese momento de inercia.

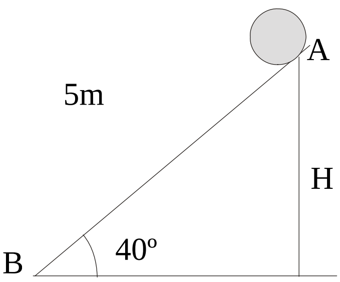
7.- A.

8.- C. El momento angular de rotación (momento cinético) se define como el producto del vector de posición por la cantidad de movimiento, por lo tanto

$$MLLT^{-1} = ML^2T^{-1}.$$

9.- B. Sabemos que el momento de inercia de un cilindro sólido respecto a su eje es

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



Podemos hacer de balance de energía entre los puntos A y B; teniendo en cuenta que el origen de la energía potencial gravitatoria lo fijaremos en el punto B, y que no existen fuerzas no conservativas, podemos establecer la siguiente relación:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

en donde se observa la conservación de la energía mecánica. La energía mecánica en A, es exclusivamente energía potencial gravitatoria; por el contrario la energía mecánica en el punto B es la suma de la energía cinética de traslación y la energía cinética de rotación en torno al centro de masas; en consecuencia podemos escribir

$$E_{P_A} = E_{c_B} + E_{cr_B}$$

recordando que la energía cinética de rotación viene dado por

$$E_{cr} = \frac{1}{2} I\omega^2$$

y recordando las expresiones para la energía potencial gravitatoria y la energía cinética de traslación, podemos escribir:

$$\cancel{m}gH = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}\cancel{m}R^2\omega^2$$

por otra parte si rueda sin deslizar se cumple que

$$\omega = \frac{v}{R}$$

y si además tenemos en cuenta que

H=5 sen 40º,

podemos sustituir y obtenemos la siguiente expresión

$$5gsen40º = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{4}\cancel{R^2}\frac{v^2}{\cancel{R^2}}$$

despejando v, se obtiene

$$v = \sqrt{\frac{4\,.\,5\,.\,\text{sen }40º}{3}} = 6{,}48\ m/s$$

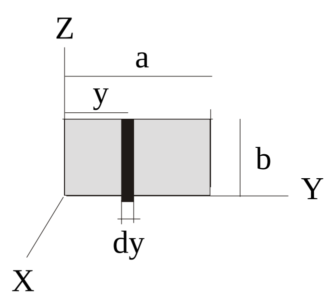
10.- C. Si tiene los tres momentos de inercia iguales es una esfera, y todo eje que pase por su centro de masas, tendrá el mismo momento de inercia debido a la simetría del cuerpo.

11.- C. La ecuación de dimensiones MLT^{-2} corresponde a una fuerza y no a un impulso angular.

12.- A. El momento de inercia respecto al eje Z se obtiene de la integral definida:

$$I_Z = \int_0^a y^2 .dm \ \ ; \ \ dm = \sigma.dS = \sigma.b.dy$$

$$I_Z = \int_0^a y^2 .\sigma.b.dy = b.\sigma.\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^a = b.\sigma.\frac{a^3}{3}$$



Como la densidad superficial es:

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{M}{a.b} \iff I_Z = \frac{M.a^2}{3}$$

13.- A. La aceleración sufrida por la rueda es:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\left(0 - 90\frac{rev}{min}.2.\pi.\frac{rad}{rev}.\frac{1\,min}{60\ s}\right)}{15\ s} = -0{,}628\,\frac{rad}{s^2}$$

Si aplicamos la 2ª Ley de Newton para la rotación, se tiene el momento de la fuerza:

$$M = I.\alpha = 25.Kg.m^2.\left(-0{,}628\frac{rad}{s^2}\right) = -15{,}71\,N.m \approx 5.\pi.N.m$$

Por cinemática, el ángulo recorrido hasta pararse es según la ecuación del movimiento acelerado:

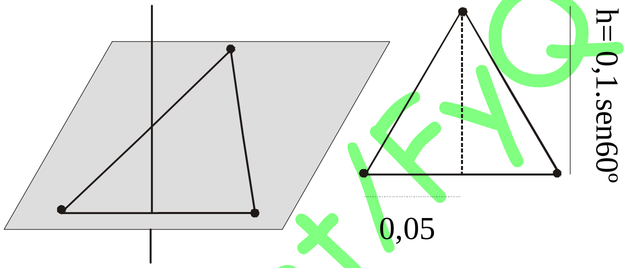
$$\Delta\theta = \omega_o.t + \frac{1}{2}.\alpha.t^2 = \frac{90.2.\pi}{60}\frac{rad}{s}.15\,s + \frac{1}{2}.\left(-0{,}628\frac{rad}{s^2}\right).(15\,s)^2 =$$

$$70{,}7\,rad.\frac{1\,rev}{2.\pi\,rad} = 11{,}25\,rev$$

14.- A. El momento de inercia de un sistema de masas puntuales se define como

$$I = \sum m_i\,.r_i^2$$

siendo m la masa y r la distancia que existe entre la masa y el eje de rotación. Por lo tanto, y atendiendo a la figura, se tiene:



$$I = 2\,kg\,.(0{,}05)^2\ m^2 + 2\,kg.(0{,}05)^2\ m^2 + 2\,kg.(0{,}1\text{sen}\ 60^o)^2\ m^2 = 0{,}025\,kg.m^2$$

15.- B. La A es falsa porque

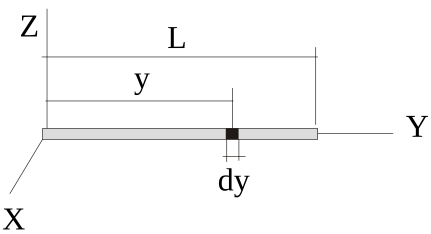
$$\vec{M}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

siendo L el momento angular; con respecto al apartado C podemos decir que el momento de inercia depende del cuerpo y del eje de rotación; por último el apartado D es falso, porque lo que es igual es la velocidad angular.

16.- C. El radio de giro se define a partir del momento de inercia como:

$$I = M.R_{GIRO}^2$$

Si el momento de inercia de la varilla respecto a un eje Z perpendicular a ella y que pasa por su extremo vale:



$$I = \int_0^L y^2.dm$$

El elemento de masa cuyos puntos están todos a la misma distancia del eje es:

$$dm = \lambda.dy$$

donde la densidad lineal de masa es $\lambda = \frac{M}{L}$. El momento de inercia queda:

$$I = \int_0^L y^2.\lambda.\,dy = \lambda.\frac{L^3}{3} = \frac{1}{3}.M.L^2$$

Si se iguala esta expresión a la primera de todas se obtiene el radio de giro:

$$I = M.R_{GIRO}^2 = \frac{ML^2}{3} \Leftrightarrow R_{GIRO} = \frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{12\,cm}{\sqrt{3}} = 6{,}93\,cm$$

17.- A. La energía cinética de rotación se define como:

$$E_{ROT}^{CIN} = \frac{1}{2}.I.\omega^2 = 0{,}5\,.\,200\ Kg.m^2\,.\left(150\,\frac{rev}{min}.\frac{2\pi\ rad}{1\ rev}.\frac{1\ min}{60\ s}\right)^2 = 24674\ J$$

18.- A. Teniendo en cuenta que la rueda es un sólido rígido en el que se conservan las distancias entre sus partículas, el arco que recorre cada una es proporcional al ángulo girado (que será el mismo para todas) multiplicado por la distancia que la separa del eje de giro. Para que esto sea así el ángulo debe ir en radianes:

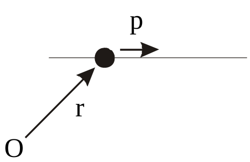
$$\Delta e(m) = \Delta\varphi\,(rad)\,.\,R\,(m)$$

La B y la D son falsas, ya que el ángulo girado es igual para todas las partículas si el sólido es rígido.

La C es justo al revés. Las partículas más lejanas al eje recorren más arco.

19.- A. El momento cinético $\vec{L}$ y el momento de una fuerza $\vec{M}$ son dos magnitudes vectoriales que se obtienen del momento de un vector (cantidad de movimiento y fuerza respectivamente) respecto a un punto.

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = \vec{r}\times m.\vec{v} \qquad \vec{M} = \vec{r}\times\vec{F}$$



La B es falsa, ya que aunque la partícula se mueva en línea recta tiene momento cinético con tal de que el punto con respecto al cual se mide no pertenezca a la dirección del movimiento. De esta forma el vector de posición $\vec{r}$ y el momento lineal $\vec{p}$ no formarían ángulos de 0º ni de 180º, ya que: $L = r\,.\,m.v.$ sen α.

La C y la D no sirven. Si el momento resultante de las fuerzas es nulo, lo que implica es que se conserve el momento cinético; o sea la que sería cero es su variación:

$$\sum\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \iff d\vec{L} = \vec{0} \iff \vec{L} = cte.$$

A la inversa, si el momento lineal se conserva, es porque su variación es cero y eso debe ser porque el momento resultante sea cero o el intervalo de tiempo que se considere sea muy pequeñísimo.

$$d\vec{L} = \sum\vec{M}\,.\,dt = \vec{0} \iff \sum\vec{M} = \vec{0} \quad o\ bien \quad dt = 0$$

20.- C. La 2ª ley de la dinámica de rotación $\vec{\alpha} = \dfrac{\sum\vec{M}}{I}$ expresa que la aceleración angular es directamente proporcional al momento resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo e inversamente proporcional al momento de inercia de éste. Así a mayor momento de inercia menos aceleración angular.

Los momentos de inercia son infinitos como lo son los ejes alrededor de los que puede girar el objeto. Esto invalida la opción A.

La opción B es falsa ya que las masas son siempre positivas y también los son los cuadrados de las distancias al eje de giro de esas masas. La definición de I dada en B hace que el momento de inercia dependa del eje de giro pues al variar éste varían las distancias de las partículas a él y ello anula la respuesta D.

21.- A. Apliquemos el principio de conservación de la energía mecánica. Al principio tenemos la energía potencial del centro de masas que está a una altura de $L/2$, y al final energía cinética de rotación de la varilla en torno al extremo.

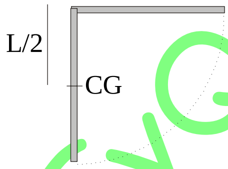
$$E_P = E_{CIN} \qquad m.g.(L/2) = ½ \,.\, I.\, \omega^2.$$

Por Steiner:

$$I = I_G + m \,.\, d^2 = (1/12) \,.\, m \,.\, L^2 + m \,.\, (L/2)^2 = (1/3) \,.\, m \,.\, L^2.$$

$$m.g.(L/2) = ½ \,.\, (1/3) \,.\, m \,.\, L^2.\, \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3.9{,}8\, m/s^2}{1{,}5\, m}} = 4{,}427\, rad/s$$

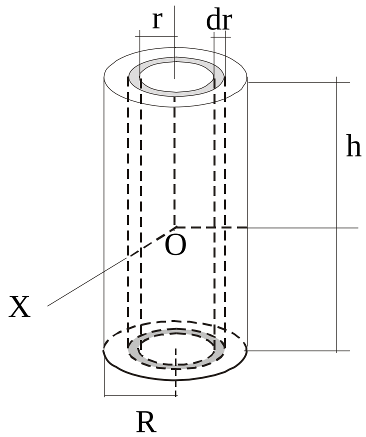


22.- B. La A es falsa, ya que las dimensiones son $[v] = L.T^{-1}$ y las de $[\omega] = T^{-1}$.
La C es evidentemente falsa ya que el momento de inercia es la suma de los productos de las masas por los cuadrados de las distancias que poseen las partículas del sólido al eje de giro.
La D también es falsa por la definición anterior.

23.- B. Para calcular el momento respecto de un eje se puede hacer sumando los momentos respecto a los planos cuyo corte da el eje en cuestión:

$$I_X = I_{XZ} + I_{XY}.$$

Para calcular I_{XZ} nos servimos de otra expresión análoga a la anterior, pero sobre el eje Z, del que vamos a calcular su momento de inercia:



$$I_Z = I_{ZX} + I_{ZY}.$$

Debido a la simetría de la figura $I_{ZX} = I_{ZY}$.

$$I_Z = 2 \,.\, I_{ZX} \,.\; \Rightarrow I_{ZX} = I_{XZ} = I_Z/2$$

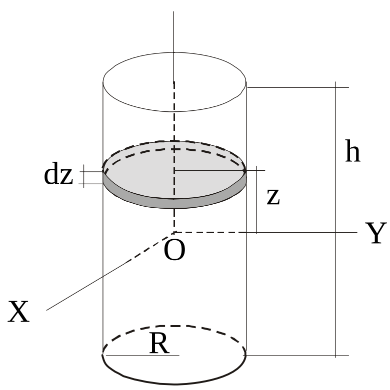
Para calcular I_z , como se observa en la figura, los elementos de masa cuyos puntos se encuentran todos a la misma distancia del eje de giro son tubos huecos de radio r, espesor dr y altura h.

$$I_Z = \int r^2.dm\,; \quad dm = \rho.dV = \rho.2.\pi.r.h.dr \quad ; \; I_Z = \int_0^R r^2.\rho.2.\pi.r.h.dr$$

$$I_Z = \rho.2.\pi.h.\frac{R^4}{4} \;\; ; \;\; M = \rho V = \rho.\pi.R^2.h \quad ; \;\; I_Z = \frac{1}{2}.M.R^2$$

Entonces ya tenemos que :

$$I_{ZX} = \frac{1}{4}.M.R^2$$



Para calcular I_{YX} se toman elementos de masa dm cuyos puntos estén todos a la misma distancia del plano XY que pasa por el centro de gravedad. Estos puntos forman discos cilíndricos de radio R y espesor infinitesimal dz, como se observa en la figura.

$$I_{XY} = \int z^2 .dm$$

Como : $dm = \rho .dV = \rho .\pi .R^2 .dz$, queda

$$I_{XY} = \int_{-h/2}^{h/2} z^2.\rho.\pi.R^2.dz = \rho.\pi.R^2.\frac{h^3}{12} \quad ;$$

La masa del cilindro es: $M = \rho.\pi.R^2.h$ que sustituida arriba da:

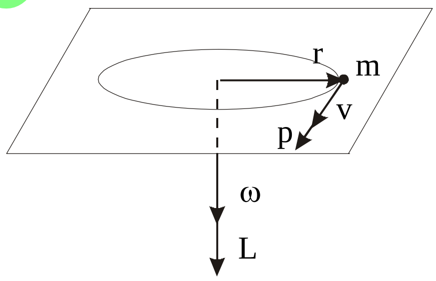
$$I_{XY} = \frac{1}{12}.M.h^2$$

Si unimos por fin las dos expresiones en $I_X = I_{XZ} + I_{XY}$ se obtiene:

$$I_X = \frac{1}{4}.M.R^2 + \frac{1}{12}.M.h^2 = \frac{M}{4}.\left[R^2 + \frac{h^2}{3}\right]$$

24.- A
$$\left\{ \begin{array}{l} E_{CIN}^{ROT} = \frac{1}{2}.I.\omega^2 = \frac{1}{2}.M.R_{GIRO}^2.\omega^2 = \\ \frac{1}{2}.20\ Kg.(0{,}5\ m)^2.\left(600\ \frac{rev}{min}.2\pi\frac{rad}{rev}.\frac{1\ min}{60\ s}\right)^2 = 9869{,}6\ J \end{array} \right\}$$

25.- C. Al ser la energía cinética un escalar, se conserva ya que se trata de un movimiento uniforme. La A es falsa ya que el momento lineal ($m.\vec{v}$) es un vector de igual dirección y sentido que la velocidad, y como ella, cambia de dirección y sentido aunque no de módulo en este caso. En cuanto al vector momento angular ($\vec{r} \times m.\vec{v}$), es perpendicular al plano del movimiento y se mantiene constante en dirección, sentido y módulo.



26.- D. Aplicando las leyes de la dinámica:
Traslación del cuerpo que cuelga:

$$mg - T = m.a$$

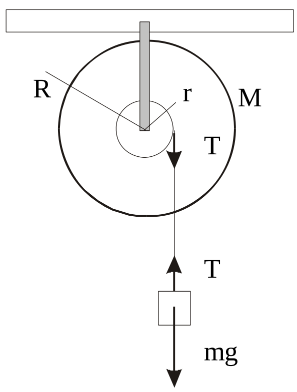
Rotación de la rueda:

$$T\ .\ r = I\ .\ \alpha$$

Como $\alpha = a/r$ y también $I = M.R^2$ sustituimos esto arriba y despejamos la Tensión:

$$T = MR^2.(a/r^2)$$

Si se lleva esta ecuación a la de dinámica de traslación se despeja a como:



$$a = \frac{m.g.r^2}{m.r^2 + M.R^2}$$

Entonces por cinemática el espacio recorrido será:

$$e = \frac{1}{2}.a.t^2 = \frac{m.g.r^2.t^2}{2.(m.r^2 + M.R^2)}$$

27.- A. El momento cinético o angular $\vec{L}$ es el momento de la cantidad de movimiento (o momento lineal $\vec{p}$):

$$\vec{L} = \vec{r} \times m.\vec{v} = m.\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = m\,.(i - j + k)$$

La proyección de este vector sobre el eje *OY* es la componente *Y* del mismo, o sea - *m*.

28.- A. La definición de radio de giro viene de : $I = M\,.\,R^2_{GIRO}$, entonces:

$$\tfrac{1}{2}\,.\,M\,.\,R^2 = M\,.\,R^2_{GIRO} \quad \Leftrightarrow \quad R_{GIRO} = \tfrac{R}{\sqrt{2}}$$

29.- C. Dinámica de rotación:

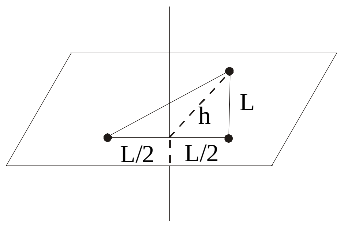
$\Sigma M = I\,.\,\alpha$, o sea: $F.\,R = ½\,M\,R^2\,\Delta\omega/\Delta t$ y despejado:

$$F = \frac{M.R.\Delta\omega}{2.\Delta t} =$$

$$\frac{1\,N.\frac{1\,Kg}{9{,}8\,N}.0{,}1\,m\,.100\,\frac{rev}{min}.\frac{2\pi\,rad}{1\,rev}.\frac{1\,min}{60\,s}}{2\,.1\,min\,.\frac{60\,s}{1\,min}} = 4{,}45.10^{-4}\ N$$

30.- C. Esta ecuación $a = \alpha\,.\,R$, sólo es aplicable al caso de que el cilindro ruede perfectamente sin deslizar.

31.- B. Las distancias de las partículas al eje de giro son *L*/2, *L*/2 y *h* donde:



$$h = L\,.\,sen\,60^o = L\,.\,\tfrac{\sqrt{3}}{2}$$

Entonces el momento de inercia del sistema es:

$$I = \Sigma\, m_i\,.\,r_i^2$$

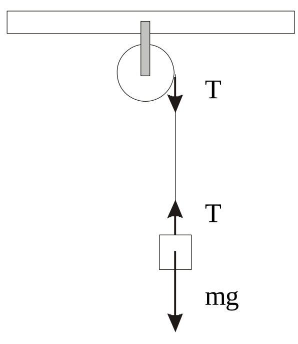
$$I = m.(L/2)^2 + m.(L/2)^2 + m.(L.\tfrac{\sqrt{3}}{2})^2 = \tfrac{5}{4}\,m.L^2$$

32.- D. Puesto que pueden ser infinitos los ejes en torno a los que gire. Debido a la simetría de la figura, cualquiera de estos ejes tendrá otro eje paralelo que pase por el centro de masas de la esfera. Para calcular el momento de inercia respecto al eje que no pase por el centro de masas se podrá aplicar el teorema de Steiner:

$$I = 2/5.M.R^2 + M\,.\,D^2$$

siendo *D* la distancia entre ejes.

33.- A. Si aplicamos las leyes de la dinámica de traslación al cuerpo y de rotación a la rueda tenemos:



$$m\,.\,g - T = m\,.\,a$$

$$T\,.\,R = I\,.\,\alpha \quad ; \quad T.\ R = I\,.\,a/R \quad ; \quad T = I\,.\,a\,/\,R^2\,.$$

Si llevamos la Tensión a la primera ecuación:

$$m\,.\,g - I\,.\,a\,/\,R^2 = m\,.\,a \quad ; \quad m\,.\,g = m\,.\,a + I\,.\,a\,/\,R^2\,.$$

$$a = \frac{m.g}{m + I/R^2} = g \cdot \frac{m.R^2}{I + m.R^2}$$

34.- C. De la definición de radio de giro:

$$(M + M) \cdot R^2_{GIRO} = I_1 + I_2 = M \cdot R^2 + M \cdot (2R)^2.$$
$$2.M \cdot R^2_{GIRO} = M \cdot R^2 + M \cdot 4R^2 = 5 \cdot M \cdot R^2$$
$$R_{GIRO} = \sqrt{5/2} \cdot R$$

35.- B. El impulso de traslación es :

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v$$

El impulso de rotación es :

$$M \cdot \Delta t = I \cdot \omega = F.d. \Delta t$$

Si tenemos en cuenta que el momento de inercia en torno al eje que pasa por el centro de gravedad de la esfera es 2/5 $m\ R^2$ y que al rodar $\omega = v/R$, se sustituye y da en la segunda ecuación

$$F.d. \Delta t = 2/5\ m\ R^2 \cdot v/R$$

Si despejamos $F.\Delta t$ e igualamos con la primera ecuación:

$$m.v = 2/5\ m.v.R/d \quad \Rightarrow \quad d = 2/5\ R.$$

Como pide la altura:

$$h = 2/5\ R + R = 7/5\ R = 7/5 \cdot 5 = 7\ cm.$$

36.- A. El momento resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema es nulo, ya que sólo están actuando los pesos y sus reacciones. Entonces se conserva el momento angular:

$$I_o \cdot w_o = I_f \cdot w_f\ ; \qquad w_f = w_o\ I_o/I_f = 1800 \cdot ½ = 900\ rpm$$

Al ser la masa final el doble que la inicial el momento de inercia final también lo es.

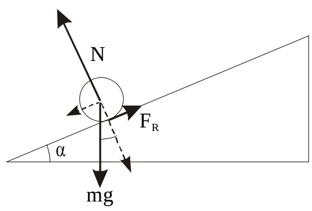
37.- D. Apliquemos las ecuaciones de la dinámica al objeto. Para la traslación:

$$\Sigma F = m.a \qquad mg.sen\ \alpha - F_R = m.a$$

Rotación en torno al centro de masas

$$\Sigma M = I.a_\alpha,$$

donde podemos sustituir la aceleración angular a_α por la lineal dividida por el radio en el caso de que el objeto ruede sin deslizar: $a_\alpha = a/R$. Para un cilindro macizo rodando así $I = ½ \cdot m.R^2$ lo que nos lleva en rotación hasta:



$$F_R \cdot R = ½ \cdot m\ R^2 \cdot a/R \Rightarrow \qquad F_R = m\ a/2$$

Sustituido en la ecuación de la traslación da:

$$mg.sen\ \alpha - m.a/2 = m.a \qquad \Rightarrow \qquad a = 2/3\ g \cdot sen\ \alpha$$

lo que da un valor para la fuerza de rozamiento de

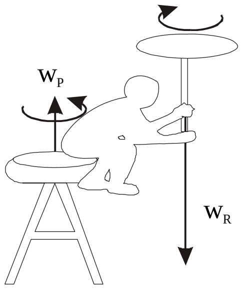
$$F_R = m \cdot a/2 = m \cdot 1/3.\ g.\ sen\ \alpha$$

De otra parte $\qquad F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cdot cos\ \alpha$

que igualada a la anterior implica que:

$$\mu \cdot mg \cdot cos\ \alpha = m \cdot 1/3.\ g..\ sen\ \alpha \ \Rightarrow\ \mu = 1/3 \cdot tag\ \alpha \ \Rightarrow\ tag\ \alpha = 3 \cdot \mu$$

38.- A. Las fuerzas exteriores al sistema son los Pesos y las Normales cuyos momentos se anulan entre sí. Al no existir momento resultante de fuerzas exteriores al sistema Rueda-Plataforma se debe conservar el momento angular según la 2ª ley de la dinámica de rotación:

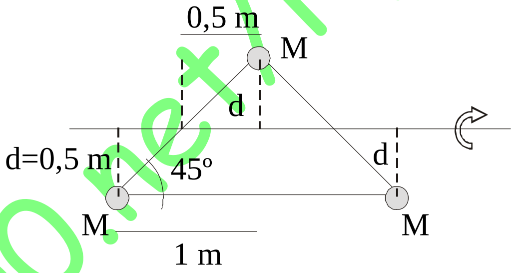


$$\sum \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{L} = cte. \Leftrightarrow 0 = I_R.w_R + I_P.w_P$$

$$\Leftrightarrow w_P = -\frac{I_R}{I_P}.w_R$$

Entonces la velocidad angular de la plataforma es de sentido opuesto a la de la rueda y proporcional a ella. El módulo dependerá del cociente entre los momentos de inercia de la rueda y la plataforma. Si es menor que la unidad entonces la velocidad angular de la plataforma con la persona será menor.

39.- D. El momento de inercia será la suma de los productos de las masas por los cuadrados de las distancias al eje de giro, que como se deduce del gráfico son de 0,5 m.

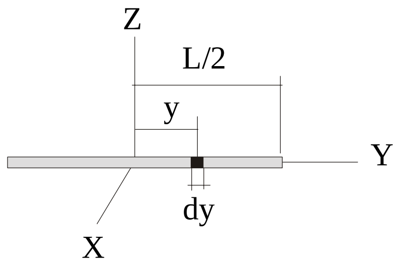


$$I = \sum M_i.d_i^2 =$$

$$M.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + M.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + M.\left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$\frac{3}{4}.M = 0{,}75.M$$

40.- C. El momento de inercia de la varilla homogénea respecto a un eje Z perpendicular a ella y que pasa por su centro de masas situado en su punto medio vale:



$$I = \int_{-L/2}^{L/2} y^2.dm$$

El elemento de masa cuyos puntos están todos a la misma distancia del eje es:

$$dm = \lambda.dy$$

donde la densidad lineal de masa es $\lambda = \dfrac{M}{L}$. El momento de inercia queda:

$$I = \int_{-L/2}^{L/2} y^2.\lambda.\,dy = \left[\lambda.\frac{L^3}{3}\right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{12}.\lambda.L^3 = \frac{1}{12}.2\frac{Kg}{m}.(3\ m)^3 = 4{,}5\ Kg.m^2$$

41.- A. En un sólido rígido en el que se mantienen las distancias entre sus partículas, todas ellas giran a una misma velocidad angular.

La B es falsa ya que el momento de inercia depende de las masas y de los cuadrados de sus distancias al eje de giro.

En la C las ecuaciones de dimensiones del momento de inercia y del momento angular son:

$$[I] = [m.r^2] = M.L^2 \quad ; \quad [J] = [r.m.v] = M.L^2.T^{-1}$$

En la D la energía cinética de rotación depende del momento de inercia y de la velocidad angular al cuadrado:

$$E_{CIN}^{ROT} = \frac{1}{2}.I.\omega^2$$

42.- D. Por definición.

43.- C. La 2ª Ley de Newton para la rotación establece que el momento resultante es igual al producto del momento de inercia por la aceleración angular:

$$M = I\ .\ \alpha \qquad ; \qquad \alpha = \frac{M}{I} = \frac{T.R.\operatorname{sen} 90}{\tfrac{1}{2}M.R^2} = \frac{10\ .\ 0{,}5}{\tfrac{1}{2}.\ 4\ .\ (0{,}5)^2} = 10\ rad/s^2$$

Aplicando la ecuación de la cinemática de un movimiento uniformemente

acelerado:

$$\omega_F = \omega_O + \alpha\ .\ t = 0 + 10\ .\ 5\ = 50\ rad/s^2.$$

44.- D. Dado que el chico y el tiovivo constituyen un sistema aislado, las fuerzas que se ejercen entre los dos son internas y se anulan por ser de acción-reacción. El momento de esas fuerzas es cero y entonces se conserva el momento angular.

$$I_O.\omega_O = I_F.\omega_F \quad \Leftrightarrow \quad \omega_F = \frac{I_O.\omega_O}{I_F} = \frac{100\ kg.m^2 .\ 1\ rev/5\ s}{(100+25.2^2)kg.m^2} = 0{,}1\ rev/s$$

45.- D. El teorema de Steiner queda formulado como sigue:

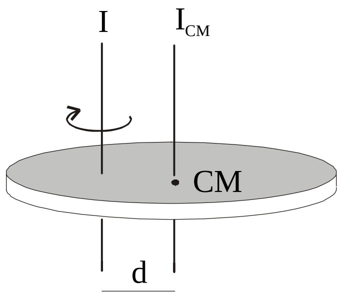
$$I = I_{CM} + M.d^2$$

Donde

I_{CM} es el momento de inercia respecto a un eje que pasa por el centro de masas del sólido.

I es el momento de inercia respecto a un eje paralelo al anterior.

$M.d^2$ es el producto de la masa del cuerpo por la distancia que separa ambos ejes al cuadrado



46.- C. Por conservación de energía, la potencial gravitatoria se convierte en cinética de traslación más cinética de rotación:

$$mgh = ½\ m\ v^2 + ½\ I\ w^2.$$

Si el objeto rueda sin deslizar entonces $w=v/R$ que sustituido en la anterior da:

$$mgh = ½\ m\ v^2 + ½\ I\ v^2/R^2 = ½\ (m+ I\ /R^2)\ v^2$$

y despejando

$$v^2 = 2\ mgh\ /\ (m + I/R^2)$$

ecuación en la que se observa que si el momento de inercia es elevado la velocidad de traslación es baja y al revés. Por tanto, llega antes el objeto de menor momento de inercia que es la esfera.

47.- D. La potencia en rotación es igual al momento del par de fuerzas por la velocidad angular, de donde se deduce que

$$M = P/w$$

$$M = \frac{130\,CV.735{,}5\ {}^{w}\!/\!_{CV}}{3900\ {}^{rev}\!/\!_{min}.2\pi\ {}^{rad}\!/\!_{rev}.\ {}^{1\,min}\!/\!_{60\,s}} = \frac{735{,}5}{\pi}\,N.m$$