

$$1.- \text{ A } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \int d\vec{v} = \int \vec{a} \cdot dt \quad \int_2^t d\vec{v} = \int_2^t (2t\vec{i} - 4\vec{k}) dt \Rightarrow \vec{v}(t) - \vec{v}(2) = t^2\vec{i} - 4t\vec{k} \Big|_2^t$$

$$\vec{v}(t) = (t^2 - 4)\vec{i} - 4(t - 2)\vec{k}.$$

Por otra parte

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \int d\vec{r} = \int \vec{v} \cdot dt$$

sustituyendo:

$$\int_1^t d\vec{r} = \int_1^t ((t^2 - 4)\vec{i} - 4(t - 2)\vec{k}) dt \Rightarrow \vec{r}(t) - \vec{r}(1) = \left(\frac{t^3}{3} - 4t \right) \vec{i} - 4 \left(\frac{t^2}{2} - 2t \right) \vec{k} \Big|_1^t$$

de donde se obtiene

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{t^3}{3} - 4t + \frac{11}{3} \right) \vec{i} + (-2t^2 + 8t - 6) \vec{k}$$

2.- D

3.- C Calculemos el valor de la velocidad al final del plano. Si elegimos el origen de energía potencial en la base del plano, la energía potencial gravitatoria se habrá convertido en energía cinética, y por lo tanto

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

por otra parte la velocidad que lleva el cuerpo cuando ha recorrido la mitad del camino la podemos calcular haciendo el siguiente balance de energía: parte de la energía potencial gravitatoria a una altura h se habrá convertido en energía cinética:

$$mgh = mg \frac{h}{2} + \frac{1}{2}mv_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{gh}$$

por lo tanto:

$$v = \sqrt{2}v_m.$$

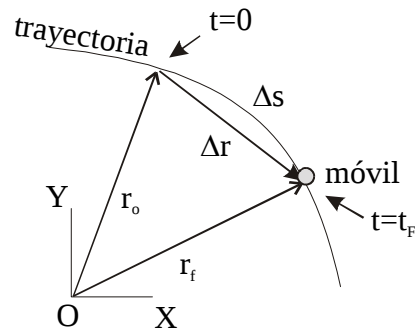
4.- A . El tiro vertical es un movimiento uniformemente acelerado. Si se toma el criterio de signos positivo hacia arriba, entonces la velocidad inicial tendrá valor $+v_0$ y la aceleración será $-g$. Con lo que las ecuaciones quedan como:

$$v = v_0 - g.t \quad ; \quad e = e_0 + v_0.t - \frac{1}{2}.g.t^2$$

5.- B El vector de posición inicial $\vec{r}_0$ como se observa en el dibujo, va desde el origen O del sistema de coordenadas OXY hasta la posición que ocupa el móvil en el instante inicial $t=0$.

El vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ va desde la posición inicial hasta la posición final del móvil.

El trozo de trayectoria recorrido Δs puede coincidir con el vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$, si la trayectoria es recta y además no hay un cambio de sentido en la misma (que el móvil vaya hacia delante y después hacia atrás).



6.- B De la definición de aceleración como derivada se obtiene la siguiente integral:

$$a = \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \int_0^t a \cdot dt = \int_{v_0}^v dv \Leftrightarrow v = v_0 + \int_0^t 2 \cdot t \cdot dt = v_0 + t^2$$

en ella los límites concuerdan: en un tiempo inicial 0 la velocidad es v_0 y en tiempo t la velocidad es v .

De la definición de velocidad como derivada de la posición se obtiene:

$$v = \frac{dy}{dt} \Leftrightarrow \int_0^t v \cdot dt = \int_{-1}^y dy \Leftrightarrow y = -1 + \int_0^t (v_0 + t^2) dt = -1 + v_0 \cdot t + \frac{t^3}{3}$$

los límites son aquí $y=-1$ para un tiempo 0 y en un tiempo t la posición es y .

Si en el instante $t=1$ s la posición es $y=1$ y sustituimos esto en la ecuación anterior se puede encontrar la velocidad inicial:

$$1 = -1 + v_0 \cdot 1 + \frac{1^3}{3} \Leftrightarrow 2 - \frac{1}{3} = v_0 = \frac{5}{3}$$

Entonces queda finalmente la ecuación para la posición vertical como:

$$y = -1 + \frac{5}{3} \cdot t + \frac{t^3}{3} = \frac{1}{3} \cdot t \cdot (5 + t^2) - 1$$

7.- B El punto más alto de una trayectoria parabólica se consigue en el instante en que se anula la componente vertical de la velocidad, que sufre en ese eje un movimiento acelerado de ecuación:

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Con este tiempo sustituimos en la ecuación de posición vertical Y:

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$$

Llevamos esta altura a la ecuación de la energía potencial y se logra:

$$E_p = m \cdot g \cdot y = m \cdot g \cdot \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha =$$

$$25 \text{ Kg} \cdot \frac{(625 \text{ m/s})^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} = 3,66 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,66 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ Kgm}}{9,8 \text{ J}} = 3,74 \cdot 10^5 \text{ Kgm}$$

Otro método para resolver esta cuestión es con el principio de conservación de la energía mecánica que podemos aplicar ya que no hay rozamiento. En el punto más alto de la trayectoria la velocidad sólo tiene componente X y vale $v_0 \cdot \cos \alpha$, entonces:

$$E_o = E_f \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 = E_p + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_o \cdot \cos \alpha)^2 \Leftrightarrow E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_o \cdot \cos \alpha)^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 [1 - \cos^2 \alpha] = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 \sin^2 \alpha$$

Como se ve esta expresión es idéntica a la anterior.

8.- B Derivando el vector de posición obtenemos la velocidad:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = [2t.(t-1) + t^2]\vec{i} + 4t.\vec{j} + 8.\vec{k} \Leftrightarrow \vec{v}_3 = [2.3.(3-1) + 3^2]\vec{i} + 4.3.\vec{j} + 8.\vec{k}$$

$$\vec{v}_3 = 21.\vec{i} + 12.\vec{j} + 8.\vec{k} \Leftrightarrow |\vec{v}_3| = \sqrt{21^2 + 12^2 + 8^2} = 25,5 \text{ m/s}$$

9.- A Calcularemos la aceleración tangencial y la aceleración normal. El módulo de la aceleración tangencial es

$$a_T = \frac{d^2s}{dt^2} = 4 \text{ m/s}^2$$

Por otro lado la aceleración normal es

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

siendo R el radio de curvatura y v la velocidad del cuerpo, que podemos calcular sabiendo que

$$v = \frac{ds}{dt} = 4t - 2 \text{ m/s}$$

sustituyendo en la expresión de la aceleración normal, obtenemos

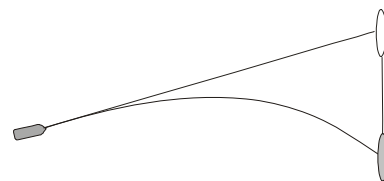
$$a_n = \frac{v^2}{R} = 3 \text{ m/s}^2$$

el módulo de la aceleración es

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

que si realizamos operaciones se obtiene un valor de 5 m/s^2 .

10.- B Los dos objetos, proyectil y diana caen en vertical a la vez y con igual aceleración.



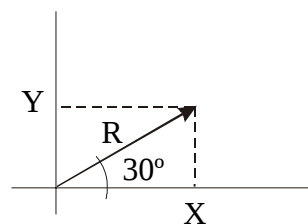
11.- C De la figura se deduce que

$$x = R \cos 30^\circ = R \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = R \sin 30^\circ = R \frac{1}{2}$$

sustituyendo en la ecuación de la trayectoria obtenemos:

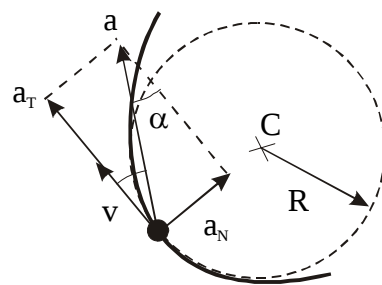
$$\left[\left(R \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(R \frac{1}{2} \right)^2 \right]^2 = 4 \left[\left(R \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \left(R \frac{1}{2} \right)^2 \right] \Rightarrow R^4 = 4R^2 \frac{1}{2} \Rightarrow R = \sqrt{2}$$



12.- A La aceleración centrípeta o normal, la podemos calcular de dos formas. O bien dividiendo el módulo de la velocidad al cuadrado entre el radio de curvatura, o multiplicando la aceleración por el seno del ángulo que forma con la velocidad:

$$a_N = \frac{v^2}{R} = a \cdot \sin \alpha$$

Por otro lado de la definición del producto vectorial, podemos obtener el valor de ese seno:



$$a_N = a \cdot \sin \alpha = a \cdot \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{a \cdot v} \quad \text{ya que } |\vec{a} \times \vec{v}| = a \cdot v \cdot \sin \alpha$$

Si combinamos ambas expresiones podemos despejar el Radio de curvatura:

$$R = \frac{v^3}{|\vec{a} \times \vec{v}|}$$

De las sucesivas derivadas de las posiciones obtenemos las componentes de la velocidad y de la aceleración:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(3 \cdot t \cdot i) = 3 \frac{m}{s} \quad ; \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(-t^2 + 4 \cdot t) = (-2 \cdot t + 4) \frac{m}{s}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(3) = 0 \frac{m}{s^2} \quad ; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(-2 \cdot t + 4) = -2 \frac{m}{s^2}$$

Si sustituimos en estas expresiones el tiempo del enunciado se obtiene:

$$v_x = 3 \frac{m}{s} \quad ; \quad v_y = (-2 \cdot 2 + 4) = 0 \frac{m}{s} \quad ; \quad a_x = 0 \frac{m}{s^2} \quad ; \quad a_y = -2 \frac{m}{s^2}$$

Sustituyendo en la expresión de R:

$$R = \frac{\left(\sqrt{3^2 + (0)^2}\right)^3}{\left\| \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} \right\|} = \frac{3^2}{|(-6 - 0) \cdot k|} = \frac{3^2}{\sqrt{0^2 + 0^2 + (-6)^2}} = \frac{9}{6} = 1,5 \text{ m}$$

- 13.- **A** Si tenemos en cuenta que la velocidad es la variación del vector de posición con respecto al tiempo y la aceleración es la variación de la velocidad con respecto al tiempo, podemos hallar la aceleración de la partícula:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(2t^2\vec{i} + 3t\vec{j})}{dt} = 4t\vec{i} + 3\vec{j} \text{ m/s} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(4t\vec{i} + 3\vec{j})}{dt} = 4\vec{i} \text{ m/s}^2$$

la fuerza a la que está sometida la partícula es

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = 10 \text{ kg } 4\vec{i} \text{ m/s}^2 = 40\vec{i} \text{ N}$$

el momento de la fuerza, M, respecto al origen es

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

al igual que se hizo en el problema anterior, calcularemos el vector que resulta de multiplicar vectorialmente el vector de posición con el vector fuerza:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2t^2 & 3t & 0 \\ 40 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -120t\vec{k} \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 14.- **D** El enunciado tendría que decir rapidez media y no velocidad media, ya que en un trayecto donde la posición inicial coincide con la final (el vector posición en el instante inicial es el mismo que en el instante final), la velocidad media es cero, puesto que la velocidad media se define como el cociente del incremento del vector posición entre el tiempo, y por lo tanto sería cero. Si admitimos que lo que se pide es la rapidez media, la opción correcta es D. Veámoslo. Si la distancia entre las ciudades A y B es s (km), la distancia recorrida es 2s (km). El tiempo empleado en

el trayecto de ida es $s/60$ horas. En el trayecto de vuelta el tiempo empleado es $s/90$ horas. Como la rapidez media es la distancia recorrida entre el tiempo empleado

$$v_m = \frac{2s \text{ km}}{\left(\frac{s}{60} + \frac{s}{90}\right) h} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 90 \text{ km}}{150 h} = 72 \text{ km/h}$$

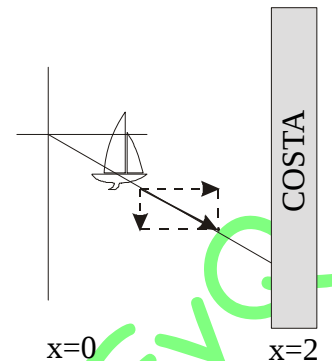
- 15.- A Las ecuaciones que rigen el movimiento del barco (en millas y horas) son:

$$\text{Eje } X: \quad x = 1 \cdot t$$

$$\text{Eje } Y: \quad y = -0,5 \cdot t$$

Cuando el barco se desplace 2 millas en el eje X el tiempo será:

$$2 = 1 \cdot t \Rightarrow t = 2 \text{ h.}$$



- 16.- C. Las ecuaciones de la velocidad para las pelotas son:

$$v_A = -g \cdot t \quad v_B = v_o - g \cdot t$$

En el encuentro la velocidad de A es $y_{A0}=H$ negativa, si el enunciado dice que es el doble que la de B se refiere a su módulo:

$$|v_A| = 2 \cdot v_B$$

$$g \cdot t = 2 \cdot (v_o - g \cdot t) = 2v_o - 2 \cdot g \cdot t$$

$$v_o = 3/2 \cdot g \cdot t$$

Las ecuaciones para las posiciones son:

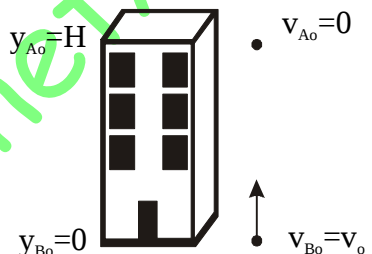
$$Y_A = H - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad Y_B = v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{3}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = g \cdot t^2$$

Si las igualamos en el punto de contacto se obtiene H:

$$H - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = g \cdot t^2 \Rightarrow H = \frac{3}{2} \cdot g \cdot t^2$$

El cociente entre la posición de A en el encuentro y la altura inicial es:

$$\frac{Y_A}{H} = \frac{H - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}{H} = \frac{\frac{3}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}{\frac{3}{2} \cdot g \cdot t^2} = \frac{\frac{2}{2} \cdot g \cdot t^2}{\frac{3}{2} \cdot g \cdot t^2} = \frac{2}{3}$$



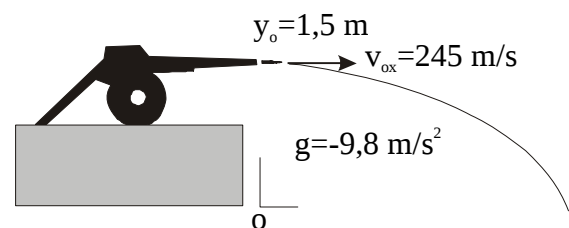
- 17.- B. La ecuación para la altura del proyectil es:

$$y = 1,5 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

cuando llega al suelo $y=0$

$$0 = 1,5 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,5 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 0,55 \text{ s}$$



- 18.- D En el momento del impacto se verifica:

$$x = v_o \cdot t \cdot \cos \alpha$$

En el punto más alto de la bala la velocidad vertical es cero y el tiempo es la mitad del que hay en el impacto:

$$v_y = 0 = v_o \cdot \sin \alpha - g \cdot \left(\frac{t}{2} \right) \Leftrightarrow v_o \cdot \sin \alpha = g \cdot \left(\frac{t}{2} \right)$$

Si dividimos la expresión primera y esta última tendremos el ángulo buscado:

$$\tan \alpha = \frac{g \cdot t^2}{2 \cdot x} = \frac{9,8 \frac{m}{s^2} \cdot (10,25 s)^2}{2 \cdot 100 m} \Leftrightarrow \alpha = 79,01^\circ$$

19.- B. Es cierto que siempre la aceleración tangencial, como su nombre indica es tangente a la trayectoria. Igual ocurre con la velocidad, ya que se define a través de la derivada del vector de posición, por lo que si $d\vec{r}$ es tangente a la trayectoria, la velocidad también lo será. Entonces siempre tienen la misma dirección $\vec{v}$ y $\vec{a}_T$. Si coinciden en sentido el movimiento es acelerado y si no es así será retardado.

La A es incorrecta en el sentido de que se debe afirmar que la aceleración es la suma vectorial de las componentes intrínsecas (tangencial y normal o centrípeta).

La C: la aceleración normal o centrípeta tiene sentido hacia dentro de la curva. Sí es cierto que hace cambiar la dirección de la velocidad y es perpendicular a ella.

La D: debe ser $d\tau/dl = 1/R$.

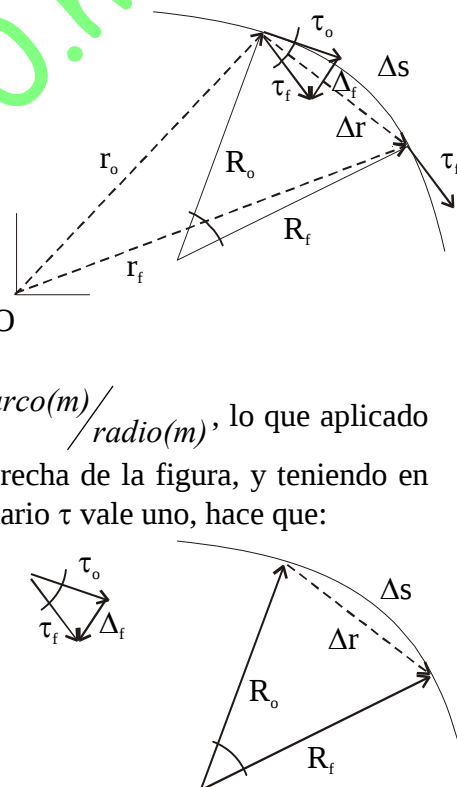
Cuando el intervalo de tiempo se hace infinitamente pequeño, se verifica que:

- El arco Δs y la cuerda Δr tienden a ser iguales y se transforman en elementos infinitesimales: $ds = dl$.
- El centro de curvatura es único así como los radios de curvatura: $R_o = R_f = R$.
- Por trigonometría $\text{ángulo(rad)} = \frac{\text{arco(m)}}{\text{radio(m)}}$, lo que aplicado a los triángulos semejantes de la derecha de la figura, y teniendo en cuenta que el módulo del vector unitario τ vale uno, hace que:

$$\text{ángulo} = \frac{d\tau}{l} = \frac{ds}{R}$$

Despejando se obtiene:

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{R}$$



20.- C. El movimiento circular y uniforme tiene de ecuación general para el vector de posición:

$$\vec{r} = (X_C + R \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_o)) \cdot \vec{i} + (Y_C + R \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_o)) \cdot \vec{j}$$

donde el centro estaría situado en (X_C, Y_C) , el radio sería R , la velocidad angular sería ω y por último la fase inicial sería φ_o .

Entonces en este caso el centro está en (1,0), el radio es 1, la velocidad angular es de π rad/s y la fase inicial es de 0° . Por último la frecuencia sería:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad}} = 0,5 \text{ Hz.}$$

21.- D De la definición de velocidad media se deduce:

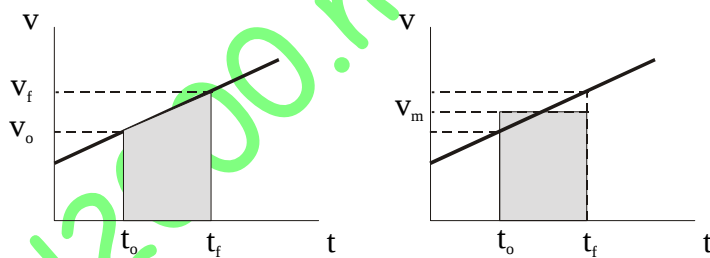
$$\bar{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta \vec{r} = \bar{v}_m \cdot \Delta t$$

La A es válida para un movimiento uniformemente acelerado en el eje X, independientemente de lo que suceda simultáneamente en los otros ejes. El movimiento podría ser curvo si existen velocidades distintas de cero en los otros ejes, como ocurre en los tiros parabólicos.

La B es absurda puesto que un movimiento uniforme tiene aceleración tangencial cero y hay movimiento.

La C es sólo válida para movimientos uniformes o uniformemente acelerados. El primer caso es evidente ya que si no cambia la velocidad instantánea, tampoco lo hace la media. El caso de un movimiento acelerado se explica mediante la gráfica de la velocidad frente al tiempo.

De la ecuación escrita al principio para la velocidad media sabemos que su valor multiplicado por el intervalo de tiempo da el vector desplazamiento. En el gráfico de la derecha esto se corresponde con el área del paralelogramo de base Δt y altura v_m que es la media aritmética de las velocidades inicial y final. Este área es la misma que la que posee el trapecio de la gráfica de la izquierda, cuya superficie da el desplazamiento en un eje por la definición de la integral:



$$\Delta e = \int_{t_0}^{t_f} v \cdot dt$$

Las dos áreas siempre serán iguales siempre que la función representada sea una línea recta horizontal (movimiento uniforme) o una recta inclinada (movimiento uniformemente acelerado).

22.- D. Como se ha dicho en la pregunta anterior, en cualquier tipo de movimiento si se representa la velocidad frente al tiempo, se puede obtener el desplazamiento calculando la integral

$$\Delta e = \int_{t_0}^{t_f} v \cdot dt$$

que se corresponde con el área comprendida entre la función y el eje de tiempos.

La celeridad instantánea cuya definición es

$$v = \frac{de}{dt}$$

se obtiene gráficamente de la representación de e frente a t . Se corresponde con la pendiente de la recta tangente a la función en un punto.

- 23.- **A** . Si en el momento en que sale la bala del cañón, el avión se encuentra en la vertical, entonces la coordenada x de la bala y el avión es la misma. Al ser los movimientos horizontales de ambos objetos uniformes, sus coordenadas x serán en todo momento las mismas, si sus velocidades también lo son:

$$v_{\text{AVIÓN}} = 965 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot 1000 \frac{\text{m}}{\text{Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 268,55 \text{ m/s}$$

La velocidad en el eje X de la bala es también la misma, luego:

$$v_x = v_o \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow \alpha = \arccos \frac{v_x}{v_o} = \arccos \frac{268,55}{549} = 60,77^\circ$$

Para buscar el tiempo que tarda la bala en subir hasta 6096 m sustituimos en la ecuación de la posición Y de la bala esta altura:

$$6096 = 549 \cdot \sin 60,77^\circ \cdot t - 1/2 \cdot 9,81 \cdot t^2 \Leftrightarrow t = 15 \text{ s}$$

- 24.- **A** . Por trigonometría $\tan \theta = x/h$, si derivamos esta expresión respecto al tiempo:

$$\frac{d(\tan \theta)}{dt} = \frac{1}{h} \cdot \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow (1 + \tan^2 \theta) \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{h} \cdot v \Leftrightarrow (1 + \tan^2 \theta) \cdot \omega = \frac{1}{h} \cdot v$$

De la ecuación fundamental de la trigonometría:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Leftrightarrow \text{dividiendo por } \cos^2 \theta \text{ queda } \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

Si se sustituye en la anterior y se despeja:

$$\omega = \frac{v \cdot \cos^2 \theta}{h}$$

Si ahora derivamos nuevamente esta expresión obtenemos la aceleración angular:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{v}{h} \cdot \frac{d(\cos^2 \theta)}{dt} = \frac{v}{h} \cdot 2 \cdot \cos \theta \cdot (-\sin \theta) \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Teniendo en cuenta que:

$$2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta = \sin 2\theta \quad ; \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{v \cdot \cos^2 \theta}{h}$$

Queda finalmente que:

$$\alpha = - \frac{v^2 \cdot \sin 2\theta \cdot \cos^2 \theta}{h^2}$$

- 25.- **B** . Derivando respecto al tiempo las expresiones de la posición se obtiene la velocidad:

$$V_x = 1 \quad ; \quad V_y = 8 \cdot t - 1$$

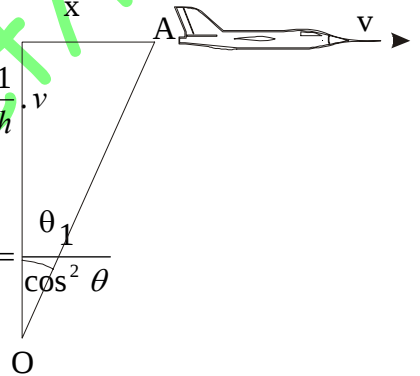
Si se sustituye $t=0$ queda

$$V_x = 1 \text{ m/s} , \quad V_y = -1 \text{ m/s} .$$

$$V = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

- 26.- **B** . En el eje Y hay un movimiento uniformemente acelerado:

$$(a_y = dv_y/dt = 8)$$



ya que la velocidad depende linealmente del tiempo ($v_Y=8t$), entonces la posición viene dada por la ecuación:

$$y=y_o+v_{oy}.t+1/2.a_y.t^2=2+4t^2.$$

En el eje X conocemos la aceleración que no es constante, luego para calcular la velocidad debemos integrar:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \int dv_x = \int a_x \cdot dt \quad \int_{v_o}^v dv_x = \int_0^t 4t \cdot dt \Rightarrow v - v_o = 2t^2 \Big|_0^t \Rightarrow v = v_o + 2t^2$$

Sustituyendo los datos $v_{ox}=0$ queda $v_x=2.t^2$. Para hallar la posición x integramos:

$$\int_{x_o}^x dx = \int_0^t 2.t^2 \cdot dt \Rightarrow x - x_o = \left(\frac{2.t^3}{3} \right) \Big|_0^t \quad x = x_o + \frac{2.t^3}{3} = \frac{2.t^3}{3}$$

Con esto hemos llegado a las ecuaciones paramétricas de la trayectoria:

$$X = 2/3 \cdot t^3. \quad Y = 2 + 4.t^2.$$

Si despejamos los tiempos en cada una de ellas y los igualamos queda:

$$\left(\frac{3.x}{2} \right)^{1/3} = \left(\frac{y-2}{4} \right)^{1/2} \Leftrightarrow \left(\frac{3.x}{2} \right)^2 = \left(\frac{y-2}{4} \right)^3 \Leftrightarrow \frac{3^2.4^3}{2^2} \cdot x^2 = (y-2)^3 = 144.x^2$$

27.- A. La aceleración se obtiene derivando dos veces la posición respecto del tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = 6.\cos\left(3t - \frac{\pi}{2}\right); a = \frac{dv}{dt} = -18.\sin\left(3t - \frac{\pi}{2}\right)$$

se sustituye $t=2.\pi/3$ y se obtiene:

$$a = -18.\sin\left(3 \cdot \frac{2.\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = -18.\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -18.\sin\left(3\pi/2\right) = 18 \text{ m/s}^2$$

28.- C. El segundo sistema es inercial o no acelerado y el primero es no inercial o acelerado (se anula la D). En todos los sistemas inerciales se cumple el Principio de relatividad de Galileo, según el cual las leyes de la Física son las mismas para todos los observadores que se mueven con velocidad constante. Esto sólo lo verifica el segundo sistema (se anula la B).

29.- C. La ecuación de la coordenada x la podemos obtener integrando la velocidad en ese eje:

$$v = \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \int_{x_2}^{x_f} dx = \int_2^t v \cdot dt \Leftrightarrow x - 0 = \int_2^t (t^2 + t - 1) \cdot dt = \left[\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} - t \right]_2^t$$

$$x = \left[\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} - t \right] - \left[\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} - 2 \right] = \left[\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} - t \right] - \frac{8}{3}$$

30.- A. La ecuación de la altura de un objeto con trayectoria parabólica al estar sometido exclusivamente a la fuerza del peso, es la ecuación de un movimiento uniformemente acelerado:

$$y = y_o + v_o \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Si en un momento dado $y=y_o$, entonces sustituyendo arriba y despejando salen dos soluciones de esa ecuación de segundo grado:

$$0 = t \cdot \left(v_o \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \right)$$

La primera solución es $t=0$ ya que en el instante inicial tenía esa altura.

La segunda solución es la que pide el problema que es cuando vuelve a tener la misma altura inicial y es:

$$t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

31.- C. La aceleración tangencial será la angular (en rad/s^2) por el radio:

$$a_T = \alpha \cdot R = 2 \text{ m} \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 2 \cdot \pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La aceleración normal será el módulo de la velocidad lineal al cuadrado dividida por el radio. Al ser variable este módulo también lo es la aceleración normal.

32.- A.

33.- A. La aceleración tangencial se obtiene de derivar el módulo de la velocidad:

$$a_T = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d}{dt}(\sqrt{17} \cdot t^2) = \sqrt{17} \cdot 2 \cdot t \quad \text{si } t = 2 \Leftrightarrow a_T = 4 \cdot \sqrt{17}$$

Como la trayectoria corresponde a la ecuación de una recta:

$$y = \frac{x}{2} + \frac{7}{2}$$

de ordenada en el origen $7/2$ y pendiente $1/2$ entonces no existe aceleración normal o centrípeta que sólo aparece en movimientos curvilíneos.