1.- A. Si se cortasen en un punto dos superficies equipotenciales, entonces en ese punto habría dos valores del potencial, lo cual es absurdo.

2.- A. El módulo del campo eléctrico creado por una carga puntual es

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

siendo Q la carga responsable del campo eléctrico y r la distancia entre la carga y el punto donde queremos calcular el campo eléctrico. En este caso tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} E_A = k\dfrac{Q}{9} \\ E_B = k\dfrac{Q}{25} \end{array}\right\} \quad 9E_A = 25E_B \Rightarrow E_A = \frac{25}{9}E_B$$

3.- D. La diferencia de potencial entre dos puntos A y B es

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

que físicamente representa el trabajo que ha de hacer el campo para llevar una carga positiva unidad desde A hasta B. Para definir el potencial en un punto, se ha de escoger un origen de potenciales. Se suele tomar haciendo cero en el infinito, y por lo tanto el potencial eléctrico en un punto es el trabajo que se requiere para mover desde el infinito hasta el punto una unidad de carga positiva.

4.- A. La B es incorrecta ya que en el campo eléctrico pueden aparecer fuerzas repulsivas o atractivas.

La D es falsa ya que se define la intensidad de campo como el cociente entre la fuerza y la masa o carga sobre la que actúa. La definición es más correcta si se dice que el cociente es en el límite en que la carga o masa vale cero.

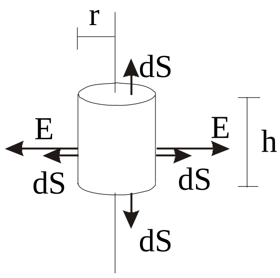
5.- C. Las leyes de Newton y de Coulomb aplicadas en este caso dan un valor mucho más elevado para la electrostática:

$$F_{GRAV} = \frac{G.m.m}{d^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}\ N.m^2/Kg^2 \cdot \left(1{,}66.10^{-27}\ Kg\right)^2}{(1\ m)^2} = 1{,}84.10^{-64}\ N$$

$$F_{ELEC} = \frac{K.q.q}{d^2} = \frac{9.10^9\ N.m^2/C^2 \cdot \left(1{,}6.10^{-19}\ C\right)^2}{(1\ m)^2} = 2{,}30.10^{-28}\ N$$

6.- B. Para calcular la diferencia de potencial calcularemos la circulación del vector intensidad de campo, y para calcular éste, el teorema de Gauss para el flujo electrostático:

$$\oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_O}$$



Si la superficie de integración es un cilindro cuyo eje es el conductor, en su superficie lateral el vector campo es constante y siempre paralelo al vector de superficie elemental dS. En las bases del cilindro el vector campo es perpendicular al vector superficie y no hay flujo a través de ellas. La integral queda entonces reducida al producto del campo por la superficie lateral:

$$E\,.\,S_{LAT} = \frac{q_O}{\varepsilon_O} = E\,.\,2.\pi.r.h \iff E = \frac{q}{h}.\frac{1}{2.\pi.r.\varepsilon_O} = \lambda.\frac{1}{2.\pi.r.\varepsilon_O}$$

Para calcular la diferencia de potencial se usa la circulación de E:

$$-\Delta V = \int \vec{E}.d\vec{r} = \int_{R_O}^{R_F} \frac{\lambda}{2.\pi.r.\varepsilon_O}.dr = \frac{\lambda}{2.\pi.\varepsilon_O}.\ln\frac{R_F}{R_O}$$

$$\lambda = \frac{-\Delta V.2.\pi.\varepsilon_O}{\ln\dfrac{R_F}{R_O}} = \frac{10\,V.2.\pi.\dfrac{1}{4.\pi.9.10^9}.\dfrac{C}{V.m}}{\ln\dfrac{4}{2}} = 8.10^{-10}\,\frac{C}{m}$$

7.- A. Si para explicarlo pensamos en el escalar potencial eléctrico, creado por una carga puntual, las superficies equipotenciales del campo escalar son esferas concéntricas con la carga. El gradiente del potencial representa un vector en la dirección radial de esas esferas que es aquella en la que la variación del potencial es máxima para un desplazamiento dado. La dirección en la que la variación del potencial sería cero sería la tangencial a esas esferas equipotenciales. La expresión matemática para esto es:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V = -\frac{dV}{dr}.\hat{r}$$

En ella el signo menos indica el sentido del vector campo eléctrico. Sería hacia potenciales decrecientes.

8.- C. Según el teorema de Gauss para el campo electrostático, el flujo que atraviesa una superficie cerrada depende de la suma de las cargas encerradas en dicha superficie dividida por la constante dieléctrica del medio:

$$\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon} = 4.\pi.K.\sum q_{\text{int}}$$

Como la carga es la unidad todos los resultados son correctos excepto en las unidades, que deberían ser :

$$[\phi] = [E.S] == \left[\frac{N}{C}.m^2\right] = \left[\frac{N.m}{C}.m\right] = \left[\frac{J}{C}.m\right] = [V.m]$$

9.- A. Dado que la carga se halla en el centro de simetría del cubo, el flujo que produce a través de él, se haya perfectamente repartido por sus seis caras. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\phi_{1\,CARA} = \frac{\phi_{TOTAL}}{6} = \frac{q}{6.\varepsilon} = \frac{4.\pi.K.q}{6} = \frac{4.\pi.9.10^9.2.10^{-6}}{6} = 3{,}77.10^4\ V.m$$

10.- B. La fuerza de repulsión entre dos cargas puntuales sigue la ley de Coulomb:

$$F = \frac{K.q.q'}{d^2} = \frac{9.10^9\,\dfrac{N.m^2}{C^2}.5.10^{-6}\,C.2.10^{-6}\,C}{(0{,}003\,m)^2} = 10^4\ N$$

En el apartado A, la fuerza de repulsión entre dos esferas cargadas es la misma que tendrían si todas sus cargas se encontrasen concentradas en sus respectivos centros. No se señala como son las esferas. Si son esferas aislantes con densidad volumétrica de carga ρ:

$$F=\frac{K.q.q'}{d^2}=K.\frac{\left(\rho_1.\frac{4}{3}\pi.R_1^3\right).\left(\rho_2.\frac{4}{3}\pi.R_2^3\right)}{d^2}=1.\frac{16}{9}.\pi^2.\frac{\left(1.2^3\right).\left(2.4^3\right)}{10^2}\ dinas$$

Si son esferas conductoras con densidad superficial de carga σ:

$$F=\frac{K.q.q'}{d^2}=K.\frac{\left(\sigma_1.4.\pi.R_1^2\right).\left(\sigma_2.4.\pi.R_2^2\right)}{d^2}=1.4^2.\pi^2.\frac{\left(1.2^2\right).\left(2.4^2\right)}{10^2}\ dinas$$

En ninguno de los dos casos sale que la fuerza sea de π dinas.

En la opción C la fuerza eléctrica es mucho mayor que la gravitatoria:

$$F_{ELEC}=\frac{K.q.q}{d^2}=\frac{9.10^9\ N.m^2/C^2.\left(3{,}2.10^{-19}\ C\right)^2}{\left(10^{-10}\ m\right)^2}=9{,}2.10^{-8}\ N$$

$$F_{GRAV}=\frac{G.m.m}{d^2}=\frac{6{,}67.10^{-11}\ N.m^2/Kg^2.\left(6{,}62.10^{-24}\ Kg\right)^2}{\left(10^{-10}\ m\right)^2}=2{,}92.10^{-37}\ N$$

En la opción D, las dimensiones son en el S.I.:

$$[\varepsilon_o]=\left[\frac{q.q}{F.d^2}\right]=\frac{(A.T).(A.T)}{\left(M.L.T^{-2}\right).\left(L^2\right)}=M^{-1}.L^{-3}.A^2.T^4$$

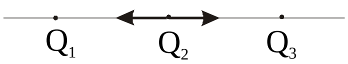
11.- C. El teorema de Gauss nos indica que el flujo total que atraviesa una superficie cerrada viene dada por la expresión

$$\phi=4\pi c$$

en donde c corresponde a un escalar, que depende de la carga o la masa (depende del campo a calcular) encerrada en esa superficie.

12.- B. El apartado A se descarta porque el campo eléctrico depende del medio donde se coloque la carga, no ocurre lo mismo con el campo gravitatorio que es independiente del medio donde se sitúe la masa que genera el campo. Aplicando la ley de Coulomb, tendremos que descartar el apartado C. Tanto el campo eléctrico como el gravitatorio son campos centrales, por lo tanto admiten energía potencial asociada.

13.- B. Sobre la carga 2 actúan dos fuerzas: la que ejerce la carga 1 y la que ejerce la carga 3. Estas dos fuerzas son iguales en módulo y en dirección pero de sentidos opuestos (recordad la ley de Coulomb), por lo tanto la resultante de las fuera sobre la carga 2 es cero.



14.- D. Véase para más detalle la pregunta 6 o la 23.

15.- C. El vector intensidad de campo es el gradiente del potencial con el signo cambiado.

La A no sirve, ya que una partícula conserva su energía potencial en un campo conservativo, sólo cuando llega a la misma situación de la que partió. Nótese que la energía potencial depende de la posición.

En la C, se dice que la fuerza de rozamiento es conservativa y eso es falso.

En la D, habría que afirmar que los campos de fuerzas centrales (como el que crean masas o cargas puntuales) son conservativos.

16.- **C**

17.- **A**. Según el teorema de Gauss

$$\phi = \frac{q_{\text{interior}}}{\varepsilon_0} = \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

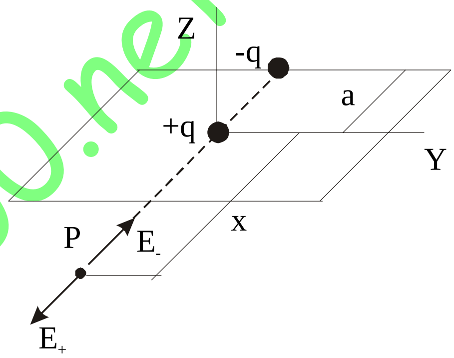
Para una superficie cilíndrica

$$\oint_s \vec{E}\,.\,d\vec{s} = 2ES$$

ya que la superficie lateral no cuenta, porque el vector superficie y el vector campo eléctrico son perpendiculares. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = 2ES \;\Rightarrow\; E = \frac{q}{2S\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad siendo \quad \sigma = \frac{q}{S}$$

18.- **D**. Según el principio de superposición, el campo total en P es la suma de los campos producidos por cada una de las cargas:



$$\vec{E}_+ = \frac{K.q}{x^2}.i$$

$$\vec{E}_- = -\frac{K.q}{(x+a)^2}.i$$

El campo resultante sólo tiene componente en eje X:

$$\vec{E}_{TOTAL} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$E_{TOTAL} = K.q.\left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+a)^2}\right] = K.q.\frac{(x+a)^2 - x^2}{(x+a)^2.x^2} = K.q.\frac{a.(a+2x)}{(x+a)^2.x^2}$$

Si el punto P está muy alejado del origen $x >> a$, y se puede aproximar:

$$(a+2x) \approx 2x \qquad\qquad (x+a)^2 \approx x^2$$

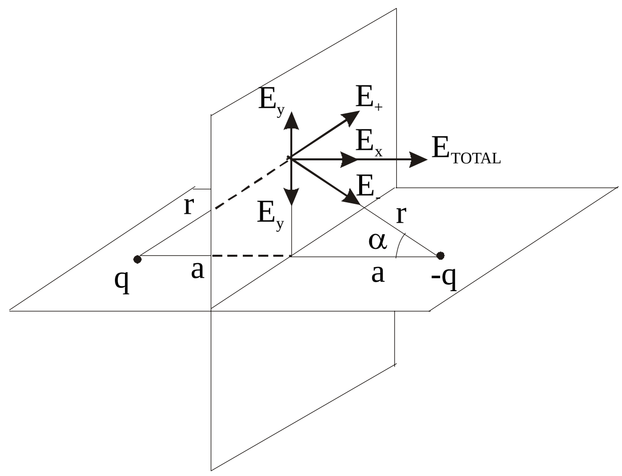
que sustituido arriba da:

$$E_{TOTAL} = K.q.\frac{a.(2x)}{(x)^2.x^2} = K.q.\frac{2.a.x}{x^4} = \frac{2.K.q.a}{x^3}$$

19.- **B**. Es la menos incorrecta de las cuatro opciones, ya que se basa en la expresión:

$$\vec{E} = -\text{grad}\; V = -\left(\frac{dV}{dx}.i + \frac{dV}{dy}.j + \frac{dV}{dz}.k\right)$$

entonces si el potencial V es cero en esa región al calcular sus derivadas parciales también dará cero y el campo será cero. Pero también es verdad, que en el plano mediatriz de un dipolo el potencial es cero (por estar todos sus puntos a igual distancia de las dos cargas del dipolo), pero allí el campo no es cero.



Como se observa en el gráfico, se anulan las componentes verticales pero queda una resultante horizontal que es el doble de la que produce cada una de las cargas.

La opción A es falsa, ya que en el interior de un conductor cargado en equilibrio, el campo es cero, pero el potencial es constante y distinto de cero en todo su volumen.

La opción C es falsa ya que las líneas de campo señalan los potenciales decrecientes, afirmación que tiene su expresión matemática en la fórmula escrita en la opción B anterior.

La opción D es falsa, por lo dicho en la A.

20.- **D**. La energía potencial de una carga depende del valor de la misma y del potencial que exista en el punto de donde ésta se halla:

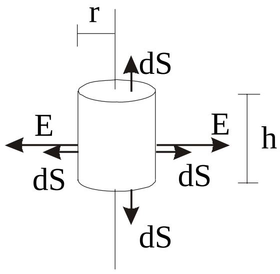
$$E_P = Q.V$$

Por otro lado el potencial del punto no depende de la carga que haya en él, sino de la distribución de cargas que haya alrededor de ese punto.

21.- **D**. El potencial es un escalar.

22.- **B**. El flujo eléctrico es una magnitud escalar que depende del valor de las cargas encerradas dentro de la superficie y no del tamaño de ésta. El signo del flujo lo da el de la carga neta encerrada dentro de la superficie.

23.- **B**. Apliquemos el teorema de Gauss al hilo:



$$\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oint_S E.dS.\cos\alpha = \frac{q}{\varepsilon}$$

El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es el cociente entre la carga encerrada por esa superficie y la permitividad eléctrica del medio.

La simetría del hilo infinito hace que las líneas de campo sean siempre perpendiculares al hilo. Entonces el ángulo entre los vectores campo ($\vec{E}$) y superficie elemental ($d\vec{S}$) son 0º en el lateral del cilindro y 90º el las bases del mismo. Entonces sólo existe flujo a través de la superficie lateral que vale $S=2.\pi.r.h$:

$$\int_{LATERAL} E.dS.\cos 0^o = \frac{q}{\varepsilon}$$

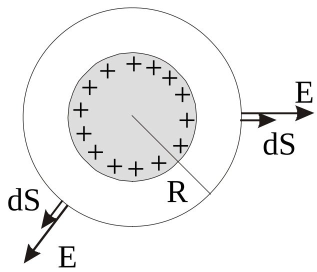
Como el campo y el ángulo son iguales en todos los puntos laterales del cilindro pueden salir fuera de la integral y queda:

$$E.\cos 0^o \int_{LATERAL} dS = \frac{q}{\varepsilon} = E\,.\,2.\pi.r.h$$

Si se llama densidad lineal de carga λ al cociente q/h, queda al despejar arriba:

$$E = \frac{q}{2.\pi.r.h.\varepsilon} = \frac{\lambda}{2.\pi.r.\varepsilon}$$

24.- **D**. Para calcular el campo en el exterior de la esfera, a una distancia *R* de su centro, se aplicaría el Teorema de Gauss a una superficie imaginaria de radio *R* que también fuese esférica:



$$\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oint_S E.dS.\cos\alpha = \frac{q}{\varepsilon}$$

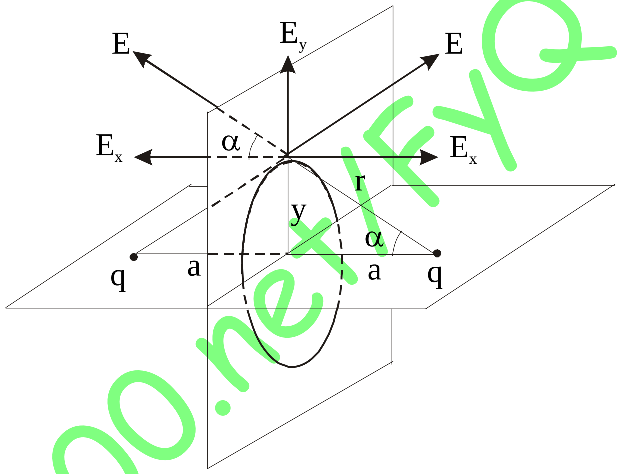
El valor de $\vec{E}$ es constante en toda la superficie y también el cos α=1 ya que el campo y la superficie siempre son paralelos.

$$E.\cos 0^{o}\int_S dS = \frac{q}{\varepsilon} = E\,.\,4.\pi.R^2$$

El resultado sería el mismo que si se calculase el campo creado por toda la carga de la esfera como si estuviese concentrada en un punto situado en el centro de la esfera.

$$E = \frac{K.Q}{R^2}$$

25.- B. El módulo del campo que crean cada carga es:



$$E = \frac{K.q}{r^2}$$

Por la simetría del problema se observa que las componentes horizontales de los campos se anulan. La resultante tiene sólo componente vertical:

$$E_T = 2\,.\,E_y = 2\,.\,E.\ sen\ \alpha$$

Como *sen* $\alpha = y/r$ queda:

$$E_T = 2.\frac{K.q}{r^2}.\frac{y}{r}$$

Por Pitágoras r:

$$r = \left(a^2 + y^2\right)^{1/2}$$

que sustituido en el campo total:

$$E_T = \frac{2.K.q.y}{\left(a^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

Expresión que habrá que derivar en función de y e igualar a cero para obtener el valor de y como radio del circulo donde se hace máximo el campo:

$$\frac{dE_T}{dy} = 0 = 2.K.q.\left[\frac{1.\left(y^2 + a^2\right)^{3/2} - y.\,3/2.\left(y^2 + a^2\right)^{1/2}.2.y}{\left(y^2 + a^2\right)^3}\right]$$

$$0 = \left(y^2 + a^2\right)^{3/2} - 3.y^2.\left(y^2 + a^2\right) \Leftrightarrow y^2 + a^2 = 3.y^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{2}\,a/2$$

26.- C. Si se supone el plano como infinito, las líneas de campo serán paralelas e igual de espaciadas unas de otras, como corresponde a campos uniformes de valor constante.

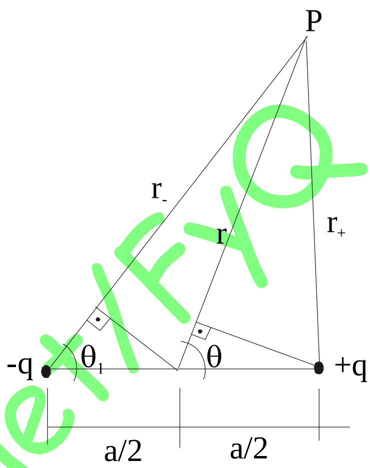
Si se aplica pues el teorema de Gauss a una superficie cilíndrica imaginaria, sólo existirá flujo a través de las superficies de sus bases, ya que en la ellas el campo y el vector $d\vec{S}$ serán perpendiculares. Dicho de otra forma, las líneas de campo sí atraviesan perpendicularmente las tapas del cilindro, mientras que sólo rozan o son paralelas a la superficie lateral.

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon} = \oint_S \vec{E}\,.\,d\vec{S} = \oint_S E\,.\,dS\,.\cos\alpha = E.S + E.S = 2\,.\,E\,.\,S_{BASE}$$

Si se define la densidad de superficial de carga del plano como $\sigma = q/S$ se obtiene:

$$\frac{q}{\varepsilon} = 2.E.S \quad \Leftrightarrow \quad E = \frac{q}{2.\varepsilon.S} = \frac{\sigma}{2.\varepsilon}$$

27.- B. Si como dice el enunciado $r >> a$ entonces se puede aproximar $\theta = \theta_1$ con lo que:



$$r_+ = r - a/2 \,.\, \cos\theta$$

$$r_- = r + a/2 \,.\, \cos\theta$$

$$V_+ = \frac{K.q}{r - {}^{a}\!/_{2}.\cos\theta} \quad ; \quad V_- = \frac{K.q}{r + {}^{a}\!/_{2}.\cos\theta}$$

Si se aplica el principio de superposición:

$$V = V_+ + V_- = Kq\,.\frac{r + {}^{a}\!/_{2}.\cos\theta - r + {}^{a}\!/_{2}.\cos\theta}{r^2 - {}^{a^2}\!/_{4}.\cos^2\theta}$$

Por aproximación, ya que $r>>a$ se tiene que

$$r^2 - {}^{a^2}\!/_{4}.\cos^2\theta \approx r^2$$

y queda:

$$V = \frac{K.q.a.\cos\vartheta}{r^2} = \frac{q.a.\cos\vartheta}{4.\pi.\varepsilon.r^2}$$

28.- D. Ya que en los conductores las cargas se mueven con total libertad y por repulsión tienden a colocarse en la superficie del mismo para estar lo más separadas posible.

29.- D. Si aplicamos el principio de superposición $V_T = V_1 + V_2 + V_3$ donde :

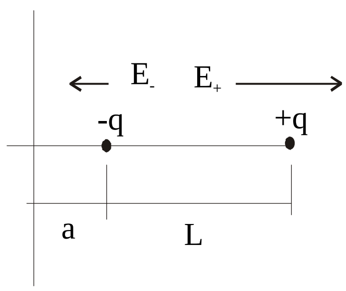
$$V_1 = 9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{4} = {}^{27}\!/_{4}.10^3\ V = 6750\ \ V$$

$$V_1 = 9.10^9.\frac{(-2.10^{-6})}{5} = -{}^{18}\!/_{5}.10^3\ V = -3600\ \ V$$

$$V_1 = 9.10^9.\frac{4.10^{-6}}{3} = 12.10^3\ V = 12000\ \ V$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 15150\ V$$

30.- B. Si despejamos de los datos da:



$$\mathrm{dE} = \mathrm{K\,dx} \quad \Leftrightarrow \quad \int \mathrm{dE} = \int \mathrm{K\,dx} \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{E} = \mathrm{K.x + C}$$

Los campos que actúan sobre las cargas valen entonces:

$$E_- = K.a + C$$

$$E_+ = K.(a+L) + C$$

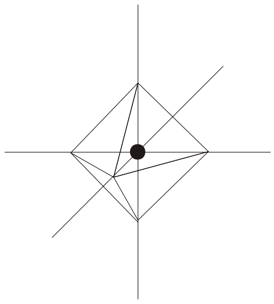
Las fuerzas sobre las cargas valen:

$$F_- = -q\,.\,(K.a + C)$$

$$F_+ = +q.[K.(a+L) + C\,]$$

$$F_{TOTAL} = q\,K\,L$$

31.- B. El teorema de Gauss aplicado a un octaedro como el de la figura nos daría el valor de la carga encerrada partido por la permitividad: $\phi_{OCTAEDRO} = q/\varepsilon_o$. Como el octaedro tiene 8 triángulos iguales y simétricos con respecto a su centro donde está la carga, el flujo se reparte por igual a través de esas 8 caras. Por tanto el flujo a través de una cara es la octava parte del total:



$$\phi_{1\ CARA} = 1/8 \,.\, q/\varepsilon_o = 1/8 \,.\, (3.10^{-6}\ C) / (9.10^{-12}\ N^{-1}.C^2.m^{-2})$$

$$\phi_{1\ CARA} = 41666{,}66\ N.C^{-1}.m^2.$$

32.- C. Según el Teorema de Gauss para el campo electrostático, el flujo a través de una superficie cerrada es:

$$\phi = \frac{\Sigma q_{\text{int erior}}}{\varepsilon_o} = \frac{+q-q}{\varepsilon_o} = 0$$

33.- D. En un conductor en equilibrio electrostático con sus cargas en reposo, éstas se hallan distribuidas por su superficie, lo más alejadas unas de otras debido a la repulsión que existe entre ellas. La densidad de carga es mayor en las puntas o trozos de esa superficie que tengan menos radio de curvatura. El campo en su interior es nulo ya que al aplicar el teorema de Gauss dentro del conductor no se hallan cargas en él. El potencial es constante y distinto de cero en todo su interior así como en su superficie.

34.- D. La constante dieléctrica relativa de un medio se define como el cociente entre la constante del medio y la del vacío:

$$K = \frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_o} = 80 \iff \varepsilon_A = 80.\varepsilon_o$$

Si aplicamos la ley de Coulomb en los dos medios (vacío y agua) se tiene:

$$F_A = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_A}.\frac{q.q}{d^2} \;;\; F_o = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_o}.\frac{q.q}{d^2} \;;\; \frac{F_A}{F_o} = \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_A} = \frac{1}{80} \iff F_A = \frac{F_o}{80}$$

35.- B. Inicialmente la carga de A es 10 veces mayor que la de B:

$$Q_A^O = 10.Q_B^O$$

Si ponemos en contacto A y C y sus radios son iguales entonces tendrán igual capacidad y se repartirán la carga inicial de A, de modo que ahora:

$$Q_A^F = 5\,.\,Q_B^O \quad ; \quad Q_C^F = 5\,.\,Q_B^O$$

Al dejar la bola C entre la línea de unión AB se quedará en un punto donde se equilibren las fuerzas repulsivas sobre ella:

$$F_{AC} = F_{BC} \;;\; \frac{K.(5q).(5q)}{x^2} = \frac{K.q.(5q)}{(1-x)^2} \iff \frac{5^2}{x^2} = \frac{5}{(1-x)^2}$$

$$\sqrt{5}.(1-x) = x \iff \sqrt{5} - \sqrt{5}.x = x \iff \sqrt{5} = x.\left(1+\sqrt{5}\right) \iff x = 0{,}691\,m$$

36.- C. Según el teorema de Gauss, el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual al cociente entre la carga encerrada en ella y la permitividad eléctrica del medio:

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon} = \frac{27.10^{-6}}{9.10^{-12}} = 3.10^{6}\ V.m$$

Ese flujo se reparte por igual a través de las seis caras del cubo si la carga está justo en el centro del mismo. Entonces el flujo a través de una cara es la sexta parte del total:

$$\phi_{1\,CARA} = \frac{\phi_{1TOTAL}}{6} = \frac{3.10^{6}\ V.m}{6} = 5.10^{5}\ V.m$$

37.- A. Para que fuese correcta debería de advertir que ese valor del campo es en la superficie del conductor.

38.- A. El equilibrio entre todas las fuerzas descompuestas por ejes queda así:

Eje vertical $\quad T.\ sen\ 60 = mg$

Eje horizontal $\quad T.\ cos\ 60 = F_e$

Si se dividen entre sí ambas expresiones da:

$tg\ 60 = mg\ /\ F_e \Rightarrow F_e = mg\ /\ tg\ 60$

que con los valores del problema da:

$F_e = 0{,}003\ Kg\ .10\ m/s^2\ .\ 1/\text{tg}\ 60 = 0{,}0173\ N.$