SOLUCIONES AL TEST 8

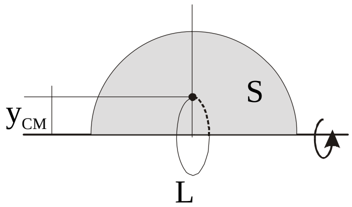
1. A. $\vec{AB} = [1-3\,,\,2-(-1)\,,\,1-2\,] = (-2\,,3\,,-1)$; $\vec{CA} = [3-1\,,-1-1\,,\,2-2] = (2\,,-2\,,0)$

$$\vec{M} = \vec{CA} \times \vec{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2i + 2j + 2k$$

2. B. Si el módulo de la velocidad es constante no hay aceleración tangencial. Todo movimiento cuya trayectoria no sea recta tiene aceleración normal.
3. C. $v = ds/dt = d/dt\,(t^2+t+1) = (2.t+1)\ m/s$
   $a_T = dv/dt = d/dt\,(2.t+1) = 2\ m/s^2$.
   $\alpha = a_T/R = 2/3\ rad/s^2$.
4. A.
5. D. $W_{NC} = \Delta E_{CIN} + \Delta E_P$; $F\,.\,e\,.\,cos\,180 = 0 - m\,.\,g\,.\,(h+e)$
   En la fórmula anterior el nivel de altura cero está situado en el punto final. El nivel inicial de arena está 0,03 *m* por encima y el objeto cae entonces desde 3,03 *m* por encima de la posición final.

$$F = \frac{m\,.\,g\,.\,h}{e} = \frac{0{,}01\,kg\,.\,9{,}8\,{}^{m}\!/\!{}_{s^2}\,.\,(3+0{,}03)\,m}{0{,}03\,m} = 9{,}898\ N$$

6. C. Aplicando el Teorema de Guldin para figuras de revolución:



$$L\,.\,S = V$$

   V: volumen de la esfera que se obtiene al girar el semicírculo en torno al eje *OX*.
   S: superficie del semicírculo que se gira.
   L: longitud de la curva de revolución que describe el centro de gravedad del semicírculo ($2.\pi.y_{CM}$).

$$2.\pi.y_{CM}\ .\ \frac{\pi.R^2}{2} = {}^{4}\!/\!{}_{3}\,.\,\pi\,.\,R^3 \iff y_{CM} = \frac{4.R}{3.\pi}$$

7. B. Expliquemos brevemente que:
   - En la opción A falta decir que el movimiento sea el relativo entre las dos superficies que están en contacto. Hay veces que el rozamiento ayuda al movimiento como es el caso de un paquete que está sobre el remolque de un camión. Se mueve solidariamente con el camión por la acción de la fuerza de rozamiento. Si no estuviese ésta, el paquete se caería al arrancar el camión.
   - En la opción D , el coeficiente de rozamiento no depende del tamaño de las superficies, sino de la naturaleza de las mismas, si son rugosas, si están lubricadas con algún fluido entre ellas, etc.
8. A.

$$F = m\,.\,a = m\,.\,\frac{(v_F - v_O)}{\Delta t} = 1500\ Kg\,.\,\frac{\left(0 - 60\ {}^{Km}\!/\!{}_{h}\,.\,{}^{1000\ m}\!/\!{}_{1\ Km}\,.\,{}^{1\ h}\!/\!{}_{3600\ s}\right)}{1{,}2\ min\,.\,{}^{60\ s}\!/\!{}_{1\ min}} = -\,347\ N$$

9. A. Para un movimiento uniformemente acelerado se verifica:

$$\theta = \theta_O + \omega_O . t + {}^{1}\!/_{2} . \alpha . t^2$$

si θ_O=0 y ω_O=0 entonces $\alpha = 2\theta / t^2$

$$\alpha = \frac{2 \,.\, 3600\, rev. \frac{2\pi\ rad}{1\, rev}}{(2\ min \,.\, 60\ s/min)^2} = \pi\ {}^{rad}\!/_{s^2}$$

10. C. Dinámica de rotación:

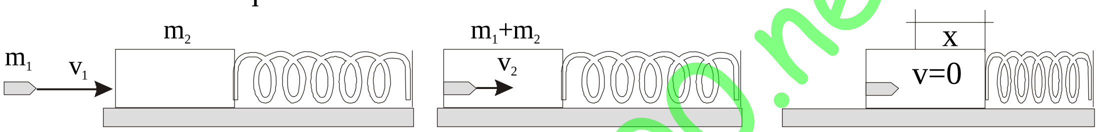
$\Sigma M = I \,.\, \alpha$, o sea: $F.\ R = ½\ M\ R^2\ \Delta\omega/\Delta t$ y despejado:

$$F = \frac{M.R.\Delta\omega}{2.\Delta t} =$$

$$\frac{1\,N . \frac{1\,Kg}{9{,}8\,N} . 0{,}1\,m \,.\, 100\ {}^{rev}\!/_{min} . \frac{2\pi\ rad}{1\,rev} . \frac{1\,min}{60\,s}}{2 \,.\, 1\,min \,.\, \frac{60\,s}{1\,min}} = 4{,}45.10^{-4}\ N$$

11. D. El frente de ondas es tangente a las ondas secundarias.

12. A. En todo choque se conserva el momento lineal:



A B C

Entre la situación A y la B, se mantiene la cantidad de movimiento:

$$m_1 \,.\, v_1 = (m_1+m_2) \,.\, v_2$$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} . v_2$$

La velocidad v_2 que tiene el bloque y la bala en la situación B se despeja de la ecuación de conservación de la energía que aplicamos entre B y C. Ahí la energía cinética de B se transforma en energía potencial elástica en C:

$$ {}^{1}\!/_{2} . (m_1 + m_2) . v_2^2 = {}^{1}\!/_{2} . K . x^2 \quad \Leftrightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{K.x^2}{m_1 + m_2}}$$

Combinando esta ecuación con la anterior, pero antes ponemos en el sistema internacional K:

$$K = 10^5\ {}^{dinas}\!/_{1\,cm} . \frac{1\,N}{10^5\,dinas} . \frac{100\,cm}{1\,m} = 100\ {}^{N}\!/_{m}$$

$$v_1 = \frac{x}{m_1} . \sqrt{K.(m_1 + m_2)} = \frac{0{,}1\,Kg}{0{,}01\,m} . \sqrt{100\ {}^{N}\!/_{m} . (0{,}990 + 0{,}010)\ Kg} = 100\ {}^{m}\!/_{s}$$

13. B. El rendimiento de un ciclo de Carnot entre un foco frío a T_F y otro caliente a T_C, sigue la fórmula:

$$\eta = \frac{T_C - T_F}{T_C}$$

Un rendimiento de un 40% (o sea 0,4) entre un foco frío a 7ºC (273+7=280 K) y otro foco caliente T es:

$$0{,}4 = \frac{T - 280}{T} \ \Leftrightarrow\ 0{,}4 = 1 - {}^{280}\!/_{T} \ \Leftrightarrow\ T = 466{,}7\ K$$

Si el rendimiento es del 50% (0,5) entre el foco frío a 280 *K*, la temperatura del foco caliente será ahora 466,7+*ΔT*:

$$0{,}5 \;=\; \frac{(466{,}7+\Delta T)-280}{(466{,}7+\Delta T)} \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}5\;.\;(466{,}7+\Delta T)\;=\;(466{,}7+\Delta T)-280$$

Ecuación cuyo resultado es: *ΔT*=93 *K*.

14. A. Si se usa el primer principio de la termodinámica, y se tiene en cuenta que el calor absorbido por el sistema es positivo y el trabajo realizado sobre el sistema es negativo:

$$\Delta U = Q - W = 500\ cal - (\ -100\ J\ .\ 0{,}24\ cal/J\ ) = 524\ cal$$

15. B. La mitad del incremento de energía cinética se transforma en calor:

$$Q = {-\Delta E_C}/{2} \;\Leftrightarrow\; m.C_e.\Delta T = \frac{1/2.m.\left(v_O^2 - v_F^2\right)}{2} \;\Leftrightarrow\; 4.C_e.\Delta T = v_O^2 - v_F^2$$

$$v_F = \sqrt{v_O^2 - 4.C_e.\Delta T} = \sqrt{400^2 - 4\,.\,125'4\,.\,200} = 244\ m/s$$

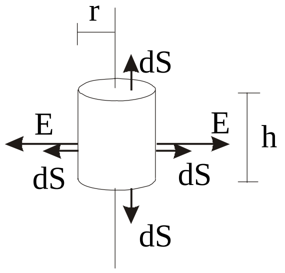
16. D. La ley de gravitación universal de Newton aplicada al cuerpo al nivel del mar da un peso *P* y a una altura *h* sobre el mar da un peso 0,8.*P*:

$$P = \frac{G.M.m}{R^2} \qquad\qquad 0{,}8\,.\,P = \frac{G.M.m}{(R+h)^2}$$

Se dividen ambas expresiones, se despeja h, se sustituye *R*=6400 *Km* y da:

$$\frac{1}{0{,}8} = \frac{(R+h)^2}{R^2} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{\sqrt{0{,}8}} = \frac{(R+h)}{R} \;\Leftrightarrow\; h = \frac{R\,.\left(1-\sqrt{0{,}8}\right)}{\sqrt{0{,}8}} = 755\ Km$$

17. B. Apliquemos el teorema de Gauss al hilo:



$$\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oint_S E.dS.\cos\alpha = \frac{q}{\varepsilon}$$

El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es el cociente entre la carga encerrada por esa superficie y la permitividad eléctrica del medio.

La simetría del hilo infinito hace que las líneas de campo sean siempre perpendiculares al hilo. Entonces el ángulo entre los vectores campo ($\vec{E}$) y superficie elemental ($d\vec{S}$) son 0º en el lateral del cilindro y 90º el las bases del mismo. Entonces sólo existe flujo a través de la superficie lateral que vale *S=2.π.r.h*:

$$\int_{LATERAL} E.dS.\cos 0^{o} = \frac{q}{\varepsilon}$$

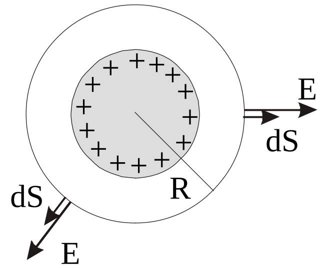
Como el campo y el ángulo son iguales en todos los puntos laterales del cilindro pueden salir fuera de la integral y queda:

$$E.\cos 0^{o} \int_{LATERAL} dS = \frac{q}{\varepsilon} = E\,.\,2.\pi.r.h$$

Si se llama densidad lineal de carga *λ* al cociente *q/h*, queda al despejar arriba:

$$E = \frac{q}{2.\pi.r.h.\varepsilon} = \frac{\lambda}{2.\pi.r.\varepsilon}$$

18. D. Para calcular el campo en el exterior de la esfera, a una distancia R de su centro, se aplicaría el Teorema de Gauss a una superficie imaginaria de radio R que también fuese esférica:



$$\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oint_S E.dS.\cos\alpha = \frac{q}{\varepsilon}$$

El valor de $\vec{E}$ es constante en toda la superficie y también el $\cos\alpha$=1 ya que el campo y la superficie siempre son paralelos.

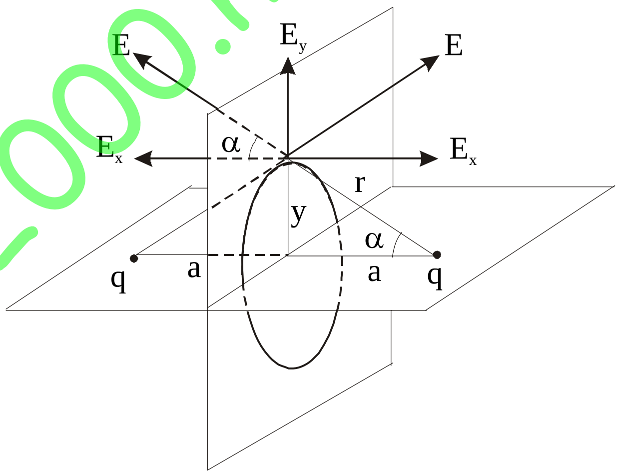
$$E.\cos 0^{o} \int_S dS = \frac{q}{\varepsilon} = E\,.\,4.\pi.R^2$$

El resultado sería el mismo que si se calculase el campo creado por toda la carga de la esfera como si estuviese concentrada en un punto situado en el centro de la esfera.

$$E = \frac{K.Q}{R^2}$$

19. B. El módulo del campo que crean cada carga es:

$$E = \frac{K.q}{r^2}$$



Por la simetría del problema se observa que las componentes horizontales de los campos se anulan. La resultante tiene sólo componente vertical:

$$E_T = 2\,.\,E_y = 2\,.\,E.\,sen\,\alpha$$

Como $sen\,\alpha = y/r$ queda:

$$E_T = 2.\frac{K.q}{r^2}.\frac{y}{r}$$

Por Pitágoras r:

$$r = \left(a^2 + y^2\right)^{1/2}$$

que sustituido en el campo total:

$$E_T = \frac{2.K.q.y}{\left(a^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

Expresión que habrá que derivar en función de y e igualar a cero para obtener el valor de y como radio del circulo donde se hace máximo el campo:

$$\frac{dE_T}{dy} = 0 = 2.K.q.\left[\frac{1.\left(y^2 + a^2\right)^{3/2} - y.\,{}^{3}\!/_{2}.\left(y^2 + a^2\right)^{1/2}.2.y}{\left(y^2 + a^2\right)^3}\right]$$

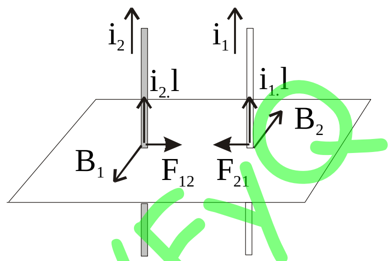
$$0 = \left(y^2 + a^2\right)^{3/2} - 3.y^2.\left(y^2 + a^2\right) \iff y^2 + a^2 = 3.y^2 \iff y = \sqrt{2}\,{}^{a}\!/_{2}$$

20. A. La fuerza de Lorentz que ejerce el campo sobre el electrón que penetra perpendicular a él, le hace describir un movimiento circular uniforme actuando como una fuerza centrípeta:

$$F_C = F_{LORENTZ}\ ;\ \ m.\omega^2.R = q.v.B.sen\,90^o = q.\omega.\,R.B$$

$$\omega = \frac{q.B}{m} = \frac{2.\pi}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2.\pi.m}{q.B} = \frac{2.\pi.9{,}11.10^{-31}\,Kg}{1{,}6.10^{-19}\,C.1{,}14.10^{-3}\,T} = 3{,}1.10^{-8}\,s$$

Como se pide tiempo en dar media vuelta será $T/2=1{,}55.10^{-8}$ *s*.



21. B. La fuerza por unidad de longitud entre dos conductores infinitos y paralelos es atractiva si las corrientes son del mismo sentido y vale:

$$F/L = \frac{\mu.i_1.i_2}{2.\pi.d} = \frac{4.\pi.10^{-7}.2.6}{2\pi.0{,}04} = 6.10^{-5}\ N/m$$

22. B. Véase el nº 23 del examen de la media de 1998.

23. C. Según la Ley de Biot-Savart el elemento de campo $d\vec{B}$ que crea un trozo de hilo infinitesimal $d\vec{l}$ atravesado por una corriente *i* a una distancia *r* es:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi}.\frac{id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{4.\pi.10^{-7}}{4.\pi}.\frac{\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 10^{-3} & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\left(1^2+0^2+1^2\right)^{3/2}} = \frac{10^{-7}}{2^{3/2}}.\left(10^{-3}i - 10^{-3}k\right) =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4}.10^{-10}.\left(i-k\right)\ T$$

24. D. La inexactitud de las otras opciones se observa en las ecuaciones:

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{K}} \Leftrightarrow f = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{K}{m}}$$

donde *K* es la constante elástica del movimiento y *m* la masa del móvil.

25. C. Si el medio es no absorbente, se conserva la energía de la onda, y por tanto su potencia. Dado que la intensidad de la onda es la potencia por unidad de superficie:

$$P_1 = P_2 \qquad ; \qquad I_1 . S_1 = I_2 . S_2.$$

Si la onda se transmite en frentes esféricos de superficie $S=4.\pi.R^2$ queda:

$$I_1 . 4.\pi.R^2_1 = I_2 . 4.\pi.R^2_2$$

Si una distancia es el doble de la otra:

$$R_2=2.R \quad ; \quad R_1=R$$

$$I_1 . R^2 = I_2 . (2R)^2 \qquad I_1 / I_2 = 4$$