# SOLUCIONES AL TEST 5

1. B. Si $P_o$ es el peso en el nivel del mar, la ley de Gravitación de Newton aplicada en el punto más alto del hiperbólico salto daría un peso:

$$P=\frac{G.M.m}{\left(R+\frac{R}{2}\right)^2}=\frac{G.M.m}{\left(\frac{3R}{2}\right)^2}=\frac{4}{9}.\frac{G.M.m}{(R)^2}=\frac{4}{9}.P_o$$

2. D. En la órbita, la fuerza centrípeta necesaria para que se efectúe un movimiento circular uniforme es la fuerza gravitatoria:

$$F_{CP}=F_G \iff \frac{G.M.m}{r^2}=m.\frac{v^2}{r} \iff v=\sqrt{\frac{G.M}{r}}=\sqrt{\frac{G.M}{R^2}.\frac{R^2}{r}}$$

$$como\ g=\frac{G.M}{R^2}\quad queda\quad v=R.\sqrt{\frac{g}{r}}$$

3. A. Aplicando la 2ª Ley de Newton para la rotación:

$$\sum M=I.\alpha=I.\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \iff \Delta t=I.\frac{\Delta\omega}{\sum M}$$

Para un disco el momento de inercia en torno a su eje de simetría perpendicular al disco es: ½ $m.R^2$, que llevado a la ecuación de arriba da:

$$\Delta t=1000\,\frac{rev}{min}.2.\pi\frac{rad}{rev}.\frac{1\,min}{60\,s}.\frac{\frac{1}{2}.1\,Kg.(0{,}5\,m)^2}{13\,N.m}=1\,s$$

4. B. De la definición de aceleración como derivada se obtiene la siguiente integral:

$$a=\frac{dv}{dt} \iff \int_0^t a.dt=\int_{v_o}^{v} dv \iff v=v_o+\int_0^t 2.t.dt=v_o+t^2$$

en ella los límites concuerdan: en un tiempo inicial 0 la velocidad es $v_o$ y en tiempo t la velocidad es v.

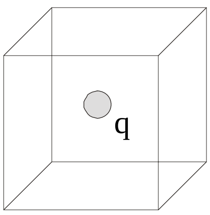
De la definición de velocidad como derivada de la posición se obtiene:

$$v=\frac{dy}{dt} \iff \int_0^t v.dt=\int_{-1}^{y} dy \iff y=-1+\int_0^t\left(v_o+t^2\right)dt=-1+v_o.t+\frac{t^3}{3}$$

los límites son aquí y=-1 para un tiempo 0 y en un tiempo t la posición es y.

Si en el instante t=1 s la posición es y=1 y sustituimos esto en la ecuación anterior se puede encontrar la velocidad inicial:

$$1=-1++v_o.1+\frac{1^3}{3} \iff 2-\frac{1}{3}=v_o=\frac{5}{3}$$




Entonces queda finalmente la ecuación para la posición vertical como:

$$y=-1+\frac{5}{3}.t+\frac{t^3}{3}=\frac{1}{3}.t.\left(5+t^2\right)-1$$

5. A. Dado que la carga se halla en el centro de simetría del cubo, el flujo que produce a través de él, se haya perfectamente repartido por sus seis caras. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\phi_{1\,CARA}=\frac{\phi_{TOTAL}}{6}=\frac{q}{6.\varepsilon}=\frac{4.\pi.K.q}{6}=\frac{4.\pi.9.10^9.2.10^{-6}}{6}=3{,}77.10^4\ V.m$$

6. C. La 2ª Ley de Newton para sistemas con masa variable es:

$$\sum \vec{F}.dt = d\vec{p} = \vec{v}.dm + m.d\vec{v}$$

donde $\vec{v}$ es la velocidad relativa del sistema respecto del infinitésimo de masa que se está añadiendo o quitando. En este caso es la velocidad del vagón. Además como va a velocidad constante hace que $d\vec{v}$ sea cero. Si aplicamos esto al eje X:

$$\sum F = v.\frac{dm}{dt} = 0{,}1\frac{m}{s}.1000\frac{l}{s}.1\frac{Kg}{l} = 100\ N$$

7. C. La interacción nuclear fuerte y débil se presenta sólo a distancias próximas al tamaño del núcleo.

Entre la electrostática, la gravitatoria y la magnética, la primera es la más fuerte debido a la constante de proporcionalidad que es más elevada.

8. B. Al inhalar Helio la velocidad del sonido aumenta con respecto al aire debido a la masa molecular del gas noble que es más baja que la del aire:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma.R.T}{M_{MOL}}}$$

Ello implica que aumente también la frecuencia de las ondas estacionarias producidas en la garganta, con lo que sube el tono de los sonidos emitidos que serán por ello más agudos.

La A es falsa ya que la intensidad del sonido propagado a través de ondas esféricas (potencia por unidad de superficie) disminuye con el cuadrado de la distancia al foco emisor:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4.\pi.R^2}$$

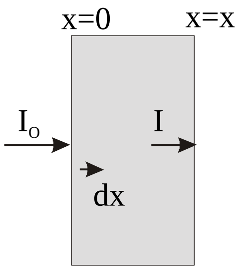
La C es incorrecta también ya que en las interferencias destructivas se pueden anular dos ondas.

La D no sirve ya que todo cuerpo pude emitir ondas electromagnéticas en función de la temperatura a la que se encuentre. Aparte la Luna emite por reflexión la luz del Sol.

9. A. Al atravesar una onda un material absorbente, su intensidad disminuye en función del coeficiente de absorción β del medio, que se define a partir de:

$$-\frac{dI}{I} = \beta.dx$$

O sea, la disminución relativa de intensidad es proporcional al espesor de material atravesado por la onda. La constante de proporcionalidad es el coeficiente de absorción β. Si integramos la expresión anterior entre x=0 y x=x la intensidad pasa de ser $I_o$ a un valor I.




$$\int_{I_O}^{I} -\frac{dI}{I} = \int_0^x \beta.dx \iff \ln\frac{I_O}{I} = \beta.x$$

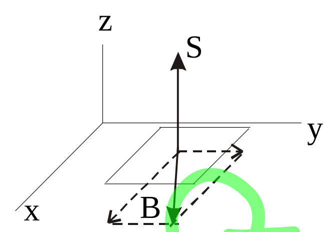
Si sustituimos los valores del problema x=0,001 ; $I=I_O/2$ queda:

$$\ln\frac{I_O}{I_O/2} = \beta.0{,}001 \iff \ln 2 = \beta.0{,}001 \iff \beta = \frac{\ln 2}{0{,}001\,m} = 693{,}15\,m^{-1}$$

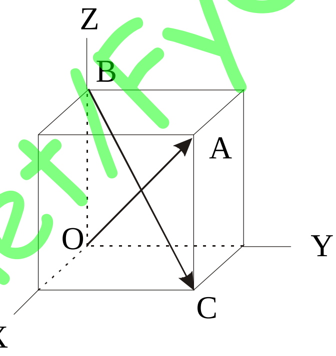
10. B. La fuerza de Lorentz hace de fuerza centrípeta. Si queremos calcular el radio de la hélice descrita debemos usar la componente de la velocidad que sea normal al campo. Para más detalle véase la cuestión 23 del test de la media de 1998.

$$q.v.B.\text{sen }45^{\circ} = m.\frac{(v.\text{sen }45^{\circ})^2}{R} \Leftrightarrow$$

$$R = \frac{m.v.\text{sen }45^{\circ}}{q.B} = \frac{9.10^{-31}\ Kg.10^4\ {}^{m}\!/_{s}\ .\ {}^{\sqrt{2}}\!/_{2}}{1{,}6.10-19\ C.10\ T} = 4{,}79.10^{-9}\ m$$




11. A. Al no advertir que la partícula lleve carga se entiende que es neutra y entonces su movimiento será rectilíneo y uniforme. Sería circular uniforme si estuviese cargada.
12. B. Al ser perpendiculares el vector superficie (0,0,S) y el vector campo (4,2,0), no hay flujo, ya que su producto escalar es cero.
13. C. Si consideramos por simplicidad el lado del cubo como la unidad, entonces las coordenadas de los vértices son :




O = (0,0,0)  A = (1,1,1)
B = (0,0,1)  C = (1,1,0)

Los vectores y sus módulos son:

$$\overrightarrow{OA} = (1,1,1) \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{OA}\right| = \sqrt{3}$$

$$\overrightarrow{BC} = (1,1,-1) \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{3}$$

Con la definición del producto escalar entre ellos deducimos el ángulo que forman:

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{OA}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{1.1+1.1+1.(-1)}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \alpha = 70^{\circ}\,31'\,44''$$

14. A. Al fundirse el hielo de los polos esa masa de agua se redistribuye por los océanos y aumenta su radio de giro. Esto implica el aumento del momento de inercia de la Tierra. Como no hay momentos exteriores actuando sobre el planeta en este desastre ecológico, entonces se conserva el momento cinético *I.ω* y eso implica que si ha aumentado *I*, disminuya *ω* con lo que la duración de los días y las noches se verá aumentada.

En la B debería decir que la energía cinética aumenta. En este caso no hay momento resultante de las fuerzas exteriores y se conserva el momento cinético:

$$\sum M.dt = dJ = 0 \Leftrightarrow J = cte. \Leftrightarrow I_O\omega_O = I_F\omega_F \Leftrightarrow \omega_F = \omega_o.\frac{I_O}{I_F}$$

Las energías cinéticas de rotación antes y después del suceso son:

$$E_O = \frac{1}{2}.I_O.\omega_O^2\ ;\ E_F = \frac{1}{2}.I_F.\omega_F^2 = \frac{1}{2}.I_F.\left(\omega_O.\frac{I_O}{I_F}\right)^2 \Leftrightarrow E_F = \frac{E_O}{I_F}$$

Se ve que si $I_F$ disminuye al juntar los brazos entonces la energía debe aumentar.

En la opción C está mal expresado que el momento de inercia sea una constante, ya que depende del eje de giro que se considere y el nº de ejes puede ser infinito.

En la opción D, es falso que el momento de inercia quede constante en el salto ya que depende de la forma que adopte el saltador así como del eje de giro con respecto al que se considere ese momento de inercia.

15. A.

16. B. El punto más alto de una trayectoria parabólica se consigue en el instante en que se anula la componente vertical de la velocidad, que sufre en ese eje un movimiento acelerado de ecuación:

$$v_Y = v_o.\text{sen}\,\alpha - g.t = 0 \iff t = \frac{v_o.\text{sen}\,\alpha}{g}$$

Con este tiempo sustituimos en la ecuación de posición vertical Y:

$$y = v_o.\text{sen}\,\alpha\,.\,t - \frac{1}{2}.g.t^2 = v_o.\text{sen}\,\alpha\,.\,\frac{v_o.\text{sen}\,\alpha}{g} - \frac{1}{2}.g.\left(\frac{v_o.\text{sen}\,\alpha}{g}\right)^2 = \frac{v_o^{\,2}.\text{sen}^2\,\alpha}{2.g}$$

Llevamos esta altura a la ecuación de la energía potencial y se logra:

$$E_P = m.g.y = m.g.\frac{v_o^{\,2}.\text{sen}^2\,\alpha}{2.g} = \frac{1}{2}.m.v_o^{\,2}.\text{sen}^2\,\alpha =$$

$$25\,Kg.\frac{\left(625\,{}^{m}\!/\!{}_{s}\right)^2.\text{sen}\,60^{\circ}}{2} = 3{,}66.10^6\ J = 3{,}66.10^6\ J.\frac{1\,Kgm}{9{,}8\,J} = 3{,}74.10^5\ Kgm$$

Otro método para resolver esta cuestión es con el principio de conservación de la energía mecánica que podemos aplicar ya que no hay rozamiento. En el punto más alto de la trayectoria la velocidad sólo tiene componente X y vale $v_o.cos\ \alpha$, entonces:

$$E_o = E_f \iff \frac{1}{2}.m.v_o^2 = E_p + \frac{1}{2}.m.(v_o.\cos\alpha)^2 \iff E_p = \frac{1}{2}.m.v_o^2 - \frac{1}{2}.m.(v_o.\cos\alpha)^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}.m.v_o^2\left[1-\cos^2\alpha\right] = \frac{1}{2}.m.v_o^2\ \text{sen}^2\,\alpha$$

Como se ve esta expresión es idéntica a la anterior.

17. A. La aceleración tangencial se obtiene de derivar el módulo de la velocidad:

$$a_T = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{17}.t^2\right) = \sqrt{17}.2.t\quad si\ t=2 \iff a_T = 4.\sqrt{17}$$

Como la trayectoria corresponde a la ecuación de una recta:

$$y = \frac{x}{2} + \frac{7}{2}$$

de ordenada en el origen 7/2 y pendiente ½ entonces no existe aceleración normal o centrípeta que sólo aparece en movimientos curvilíneos.

18. B. La energía cinética de las gotas se convierte en calor, de forma que la temperatura de las mismas sube:

$$E_C = Q \iff \frac{1}{2}.m.v^2 = m.C_e.\Delta T \iff \Delta T = \frac{v^2}{2.C_e} = \frac{\left(30\,{}^{m}\!/\!{}_{s}\right)^2}{2.1000\,\frac{cal}{Kg.^{\circ}C}.4{,}18\,\frac{J}{cal}} = 0{,}108^{\circ}\,C$$

19. A. La ley de Ohm en las corrientes alternas es : V=Z.I donde estas magnitudes son números complejos.

La opción B está escrita justo al revés. Para reducir el efecto Joule ($Q=R.I^2.t$) conviene elevar la tensión para que así se reduzca la intensidad. El transformador mantiene la potencia, salvo pérdidas por corrientes de Foucault, y así V.I=V'.I' lo que explica que explica que si sube V baje I.

En la opción C falta especificar de qué potencia se trata. En un circuito puramente resistivo el ángulo de desfase entre el voltaje y la intensidad es de 0º. Entonces será la potencia reactiva la que es cero, pero no así la potencia activa que será igual al potencial eficaz por la intensidad eficaz y coincidirá con la potencia teórica. Resumiendo:

$$P_{TEÓRICA} = V_E . I_E \;\; ; \;\; P_{ACTIVA} = V_E . I_E \, . \cos\varphi \, ; P_{REACTIVA} = V_E . I_E \, . \operatorname{sen}\varphi$$

La opción D es falsa ya que en continua la resistencia a la corriente es debida exclusivamente al choque de los portadores de carga con los núcleos de la red metálica del conductor. En alterna además de este fenómeno hay que añadir el de inducción por el que la bobina presenta una resistencia a los cambios de sentido de la corriente.

20. B. Derivando el vector de posición obtenemos la velocidad:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left[2.t.(t-1)+t^2\right]i + 4.t.j + 8.k \;\Leftrightarrow\; \vec{v}_3 = \left[2.3.(3-1)+3^2\right]i + 4.3.j + 8.k$$

$$\vec{v}_3 = 21.i + 12.j + 8.k \;\;\Leftrightarrow\;\; |\,\vec{v}_3| = \sqrt{21^2 + 12^2 + 8^2} = 25{,}5 \, m/s$$

21. B. La fuerza de repulsión entre dos cargas puntuales sigue la ley de Coulomb:

$$F = \frac{K.q.q'}{d^2} = \frac{9.10^9 \frac{N.m^2}{C^2}.5.10^{-6}C.2.10^{-6}C}{(0{,}003\,m)^2} = 10^4 \; N$$

En el apartado A, la fuerza de repulsión entre dos esferas cargadas es la misma que tendrían si todas sus cargas se encontrasen concentradas en sus respectivos centros. No se señala como son las esferas. Si son esferas aislantes con densidad volumétrica de carga ρ:

$$F = \frac{K.q.q'}{d^2} = K.\frac{\left(\rho_1.\frac{4}{3}\pi.R_1^3\right).\left(\rho_2.\frac{4}{3}\pi.R_2^3\right)}{d^2} = 1.\frac{16}{9}.\pi^2.\frac{(1.2^3).(2.4^3)}{10^2}\; dinas$$

Si son esferas conductoras con densidad superficial de carga σ:

$$F = \frac{K.q.q'}{d^2} = K.\frac{(\sigma_1.4.\pi.R_1^2).(\sigma_2.4.\pi.R_2^2)}{d^2} = 1.4^2.\pi^2.\frac{(1.2^2).(2.4^2)}{10^2}\; dinas$$

En ninguno de los dos casos sale que la fuerza sea de π dinas.

En la opción C la fuerza eléctrica es mucho mayor que la gravitatoria:

$$F_{ELEC} = \frac{K.q.q}{d^2} = \frac{9.10^9 \, N.m^2/C^2 .(3{,}2.10^{-19}\,C)^2}{(10^{-10}\;m)^2} = 9{,}2.10^{-8} \;\; N$$

$$F_{GRAV} = \frac{G.m.m}{d^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}\; N.m^2/Kg^2 .(6{,}62.10^{-24}\,Kg)^2}{(10^{-10}\;m)^2} = 2{,}92.10^{-37} \;\; N$$

En la opción D, las dimensiones son en el S.I.:

$$[\varepsilon_o] = \left[\frac{q.q}{F.d^2}\right] = \frac{(A.T).(A.T)}{(M.L.T^{-2}).(L^2)} = M^{-1}.L^{-3}.A^2.T^4$$

22. D. El teorema de las fuerzas vivas señala que el trabajo de una fuerza se emplea en incrementar la energía cinética:

$$\int_0^x F.dx = \frac{1}{2}.m.v^2 = \int_0^x \frac{dx}{1+x} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}.m.v^2 = \left[\ln(1+x)\right]_0^x = \ln\frac{1+x}{1+0} = \ln(1+x) \Leftrightarrow$$

$$1 + x = e^{\frac{1}{2}.m.v^2} \;\;\Leftrightarrow\;\; x = e^{\frac{1}{2}.m.v^2} - 1$$

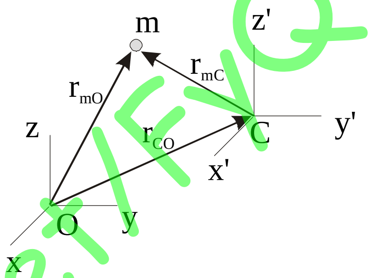
23. C. $Y_G = \dfrac{\sum m_i . y_i}{\sum m_i} = \dfrac{\cancel{\sigma}.\sum S_i . y_i}{\cancel{\sigma}.\sum S_i} = \dfrac{2^2.1 + 2^2.3 + \pi.2^2.6}{2^2 + 2^2 + \pi.2^2} = 4{,}44$

24. D. El Primer Principio de la Termodinámica señala la relación entre la variación de energía interna, el calor y el trabajo: $\Delta U = Q - W$ . Según el criterio de signos un calor absorbido es positivo y el trabajo realizado sobre el sistema al comprimirlo es negativo, entonces queda:

$$\Delta U = Q - W = 6000\ cal + 15000\ J.\frac{1\ cal}{4{,}18\ J} = 9600\ cal$$

25. B. La velocidad relativa al centro de masas es igual a la velocidad relativa a otro origen menos la que tenga el centro de masas con respecto a ese otro origen:

Sean OXYZ un sistema de referencia inercial, CX'Y'Z' el sistema de referencia del centro de masas y m la partícula a estudiar. Entre los vectores de posición se verifica que:




$$\vec{r}_{mO} = \vec{r}_{CO} + \vec{r}_{mC}$$

Al derivar respecto del tiempo, se cumple para las velocidades que:

$$\vec{v}_{mO} = \vec{v}_{CO} + \vec{v}_{mC}$$

$\vec{v}_{mO}$ representa la velocidad de la partícula m respecto al observador en O.

$\vec{v}_{mC}$ representa la velocidad de la partícula m respecto al centro de masas.

$\vec{v}_{CO}$ es la velocidad con que se mueve el centro de masas con respecto a O.

Entonces se despeja:

$$\vec{v}_{mC} = \vec{v}_{mO} - \vec{v}_{CO}$$

Para calcular esas velocidades derivamos los vectores deposición respecto del tiempo:

$$\vec{v}_{mO} = \frac{d}{dt}(\vec{r}_{mO}) = 3i + 2j + k \ \ ; \ \ \vec{v}_{CO} = \frac{d}{dt}(\vec{r}_{CO}) = i + 4j + 4k$$

Por último las restamos para calcular la velocidad relativa de la partícula respecto al centro de masas:

$$\vec{v}_{mC} = \vec{v}_{mO} - \vec{v}_{CO} = 2i - 2j - 3k \ \ \Leftrightarrow \ \ |\vec{v}_{mC}| = \sqrt{4+4+9} = \sqrt{17}\ \frac{m}{s}$$