SOLUCIONES AL TEST 3

1. A. $\left\{ \begin{array}{l} E_{CIN}^{ROT} = \frac{1}{2} . I . \omega^2 = \frac{1}{2} . M . R_{GIRO}^2 . \omega^2 = \\ \frac{1}{2} .20\, Kg.(0,5\, m)^2 . \left(600 \frac{rev}{min} .2\pi \frac{rad}{rev} . \frac{1\, min}{60\, s} \right)^2 = 9869,6\, J \end{array} \right\}$

2. A. Si en el momento en que sale la bala del cañón, el avión se encuentra en la vertical, entonces la coordenada x de la bala y el avión es la misma. Al ser los movimientos horizontales de ambos objetos uniformes, sus coordenadas x serán en todo momento las mismas, si sus velocidades también lo son:

$$v_{AVIÓN} = 965 \frac{Km}{h} .1000 \frac{m}{Km} . \frac{1\, h}{3600\, s} = 268,55\, m/s$$

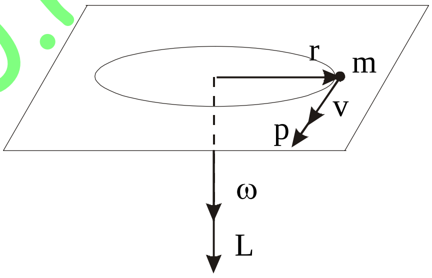
La velocidad en el eje X de la bala es también la misma, luego:

$$v_X = v_o . \cos \alpha \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \arccos \frac{v_X}{v_o} = \arccos \frac{268,55}{549} = 60,77^o$$

Para buscar el tiempo que tarda la bala en subir hasta 6096 m sustituimos en la ecuación de la posición Y de la bala esta altura:

$$6096 = 549 . \text{sen}\, 60,77^o . t - 1/2 . 9,81 . t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = 15\, s$$

3. C. Al ser la energía cinética un escalar, se conserva ya que se trata de un movimiento uniforme. La A es falsa ya que el momento lineal ($m.\vec{v}$) es un vector de igual dirección y sentido que la velocidad, y como ella, cambia de dirección y sentido aunque no de módulo en este caso. En cuanto al vector momento angular ($\vec{r} \times m.\vec{v}$), es perpendicular al plano del movimiento y se mantiene constante en dirección, sentido y módulo.

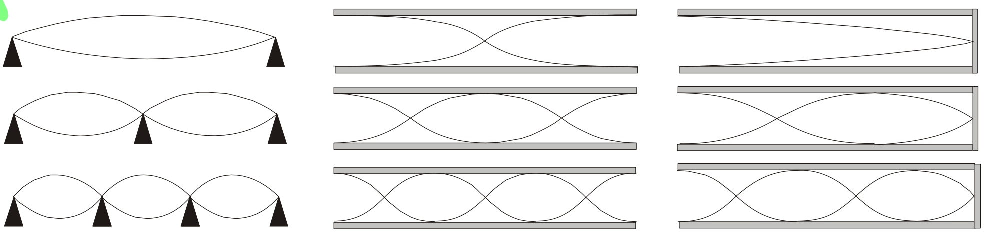


4. C. El trabajo de la fuerza de resistencia de la pared se invierte en anular la energía cinética de la bala que queda convertida en trabajo de deformación y calor:

$$F . e . \cos(180) = \Delta E_C = -1/2 . m . v^2 \quad \Leftrightarrow \quad F = \frac{1}{2} . 5.10^{-3}\, Kg . \frac{\left(200\, \frac{m}{s}\right)^2}{0,05\, m} = 2000\, N$$

El resultado correcto es el negativo – 2000 N ya que la velocidad se dio positiva y la fuerza es de sentido contrario a aquella.

5. C. En ningún caso se produce la onda estacionaria en esas condiciones. En la figura adjunta se tienen las fórmulas en las que n es un nº entero (1,2,3 ...).



$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad \lambda = \frac{2L}{n} \qquad \lambda = \frac{4L}{2n+1}$$

La A para ser cierta debe advertir que las ondas sean transversales, o sea sus vibraciones se hagan en perpendicular a la dirección de propagación.

La B para que sea cierta el foco y el observador deben estar en reposo, o ambos con la misma velocidad.

La D es falsa también ya que la distancia entre dos nodos o entre dos vientres es siempre de media longitud de onda ($\lambda/2$).

6. D. La fuerza de Lorentz que actúa sobre el electrón vale:

$$F = q.v.B.\ \text{sen}\ \alpha = q.v.B.\text{sen}\ 90 = q.v.B$$

El campo creado a una distancia r de un hilo de longitud infinita que transporta una intensidad de corriente i es:

$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi r}$$

Combinado ambas fórmulas resulta una fuerza de:

$$F = 1{,}6.10^{-19}\,C.10^5\,{}^{m}\!/\!_{s}.\frac{4.\pi.10^{-7}\,{}^{T.m}\!/\!_{A}.10\,A}{2.\pi.0{,}05\,m} = 6{,}4.10^{-19}\,N$$

7. D. La ecuación de la onda es:

$$y=A.cos(wt-kx)$$

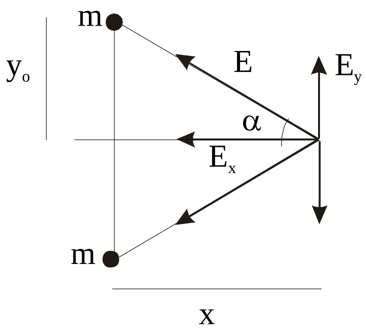
que comparada con la del enunciado da los valores w=8 y k=4. Como la velocidad de propagación es $c=w/k$ queda:

$$c = 8/4 = 2\ m/s$$

Entonces el tiempo que tarda en recorrer los 8 m es de:

$$t = d/c = 8/2 = 4\ s$$

8. B. Para calcular el campo creado por las dos masas, se aplica el principio de superposición y al valor que se obtiene, se le deriva respecto de x e iguala a cero para hallar la abscisa en la que el campo es máximo.
Como se observa en el dibujo el campo resultante sólo tiene componente X que es el doble de la del campo creado por una masa:



$$E_R = 2\ E_X = 2\ E\ .\ cos\ \alpha$$

$$E_R = 2.\frac{G.M}{y_o^2 + x^2}.\frac{x}{\left(y_o^2 + x^2\right)^{1/2}} = \frac{2.G.M.x}{\left(y_o^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

Derivando la expresión anterior e igualando a cero queda:

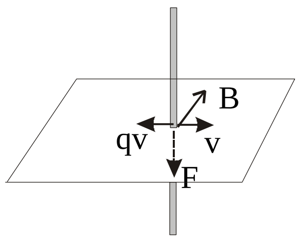
$$0 = 2.G.M.\left[\frac{\left(y_o^2 + x^2\right)^{3/2} - x.\frac{3}{2}.2.x.\left(y_o^2 + x^2\right)^{1/2}}{\left(y_o^2 + x^2\right)^3}\right]$$

$$0 = \left(y_o^2 + x^2\right)^{3/2} - x.\frac{3}{2}.2.x.\left(y_o^2 + x^2\right)^{1/2} \quad \Leftrightarrow \quad \left(y_o^2 + x^2\right)^{3/2} = 3.x^2.\left(y_o^2 + x^2\right)^{1/2}$$

$$\left(y_o^2 + x^2\right) = 3.x^2 \quad \Leftrightarrow \quad y_o^2 = 2.x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{y_o}{\sqrt{2}} = \frac{y_o.\sqrt{2}}{2}$$

9. D. Este fenómeno se conoce como autoinducción.

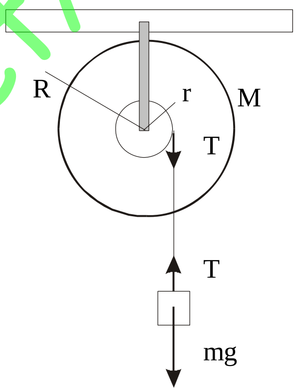
10. C. Los electrones se desplazan hacia abajo mientras dure el desplazamiento; si el conductor se detiene, los electrones se redistribuyen por igual. Por conservación de la energía, el trabajo mecánico para desplazar el conductor es igual al trabajo de la fuerza de Lorentz que desplaza a los electrones. De la misma forma la potencia eléctrica es igual a la potencia mecánica.



11. B. Un proceso adiabático transcurre sin intercambio de calor y por tanto la entropía del sistema se mantiene constante. Si el proceso es irreversible la entropía de los alrededores aumenta, pero si es reversible se mantiene constante.
    La A es falsa ya que en procesos isócoros (V=cte.), el calor coincide con la variación de energía interna.
    La C es falsa ya que en todos los procesos reversibles la entropía del universo se mantiene constante. Esto se puede deber a que aumente la del sistema y disminuya la de los alrededores o al revés.
    La D es imposible por el segundo principio, ya que no se puede intercambiar calor de forma cíclica con un solo foco.
12. B. De la definición de trabajo:

$$W = \int_0^2 2x.dx + \int_0^{-1} -y.dy + \int_0^3 3z.dz = \left[x^2\right]_{x=0}^{x=2} + \left[-\frac{y^2}{2}\right]_{y=0}^{y=-1} + \left[\frac{3z^2}{2}\right]_{z=0}^{z=3} = 4 - \frac{1}{2} + \frac{27}{2} = 17\ J$$

13. D. Aplicando las leyes de la dinámica:



Traslación del cuerpo que cuelga:

$$mg - T = m.a$$

Rotación de la rueda:

$$T\,.\,r = I\,.\,\alpha$$

Como $\alpha = a/r$ y también $I = M.R^2$ sustituimos esto arriba y despejamos la Tensión:

$$T = MR^2.(a/r^2)$$

Si se lleva esta ecuación a la de dinámica de traslación se despeja a como:

$$a = \frac{m.g.r^2}{m.r^2 + M.R^2}$$

Entonces por cinemática el espacio recorrido será:

$$e = \frac{1}{2}.a.t^2 = \frac{m.g.r^2.t^2}{2.\left(m.r^2 + M.R^2\right)}$$

14. A. El momento respecto de un punto resulta del producto vectorial:

$$\vec{M}_O = O\vec{P} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -6 & 2 \\ 6 & -3 & 4 \end{vmatrix} = -18i + 27.k$$

$$\vec{M}_{O'} = O'\vec{P} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3-2 & -6-3 & 2-1 \\ 6 & -3 & 4 \end{vmatrix} = -33i + 2.j + 51.k$$

15. C. La ecuación de una adiabática para un gas ideal es: $P_1.V_1^{\gamma} = P_2.V_2^{\gamma}$. Sustituyendo queda: $P_2 = 1\,atm\,.\left(\frac{1000}{10}\right)^{1,4} = 630{,}95\,atm$

16. C. Para calcular el momento de vector $\vec{v}$ respecto de un eje primero se calcula el que tendría respecto a un punto cualquiera del eje. Este punto lo obtenemos de la ecuación en forma continua de la recta-eje que es:

$$\frac{x - x_Q}{u_X} = \frac{y - y_Q}{u_Y} = \frac{z - z_Q}{u_Z}$$

aquí *Q* es un punto de la recta de coordenadas (x_Q, y_Q, z_Q) y el vector director de la recta es $\vec{u}$ de componentes (u_X, u_Y, u_Z). Entonces Q=(2,5,3) y $\vec{u}$ =(2,3,6).
Entonces el momento de $\vec{v}$ respecto de *Q* es:

$$\vec{M}_Q = Q\vec{P} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3-3 & 1-5 & 2-3 \\ 3 & -6 & 8 \end{vmatrix} = -38.i - 3.j + 12.k$$

Ahora se proyecta este vector sobre el eje, multiplicándolo escalarmente por el versor del eje:

$$M_{EJE} = \vec{M}_Q \cdot \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = (-38.i - 3.j + 12.k).\frac{(2.i + 3.j + 6.k)}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} = -\frac{13}{7}$$

17. A. Por trigonometría $tan\ \theta = x/h$, si derivamos esta expresión respecto al tiempo:

$$\frac{d(tan\,\theta)}{dt} = \frac{1}{h}.\frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \left(1 + tan^2\,\theta\right).\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{h}.v \Leftrightarrow \left(1 + tan^2\,\theta\right).\omega = \frac{1}{h}.v$$

De la ecuación fundamental de la trigonometría:

$$\text{sen}^2\,\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \Leftrightarrow \quad dividiendo\ por\ \cos^2\theta \quad queda \quad tan^2\,\theta + 1 = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

Si se sustituye en la anterior y se despeja:

$$\omega = \frac{v.\cos^2\theta}{h}$$

Si ahora derivamos nuevamente esta expresión obtenemos la aceleración angular:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{v}{h}.\frac{d\left(\cos^2\theta\right)}{dt} = \frac{v}{h}.2.\cos\theta.(-\text{sen}\,\theta).\frac{d\theta}{dt}$$

Teniendo en cuenta que:

$$2.\cos\theta.\text{sen}\,\theta = \text{sen}\,2\theta \qquad ; \qquad \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{v.\cos^2\theta}{h}$$

Queda finalmente que: $\alpha = -\dfrac{v^2\,.\ \text{sen}\,2\theta\,.\cos^2\theta}{h^2}$

18. A. El calor intercambiado si no hay cambio de fase es:

$$Q = m.C_e.\Delta T.$$

De mezclar 100 g de A con 200 g de B sale:

$$100\ g\ .\ C_A\ .\ (20\text{-}17)°C = 200\ g\ .\ C_B\ .\ (17\text{-}15)°C \ \Rightarrow\ C_A = 4/3\ C_B.$$

Al mezclar B con C se obtiene:

$$200\ g\ .\ C_B\ .\ (15\text{-}10)°C = 300\ g\ .\ C_C\ .\ (10\text{-}6)°C \ \Rightarrow\ C_B = 1{,}2\ .\ C_C.$$

Combinando estas dos expresiones se logra:

$$C_A = 1{,}6\ .\ C_C$$

que llevada a la mezcla entre A y C:

$$100\ g\ .\ C_A\ .\ (20\text{-}t)°C = 300\ g\ .\ C_C\ .\ (t\text{-}6)°C$$

$$1{,}6\ .\ C_C\ .\ (20°C\text{-}t) = 3\ .\ C_C\ .\ (t\text{-}6°C) \ \Rightarrow\ t = 10{,}87°C$$

19. B. Derivando respecto al tiempo las expresiones de la posición se obtiene la velocidad:

$$V_X = 1 \;\; ; \;\; V_Y = 8.t - 1$$

Si se sustituye t=0 queda

$$V_X = 1\ m/s\ ,\ V_Y = -\ 1\ m/s.$$

$$V = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}\ m/s$$

20. D. Se considera el centro de coordenadas en el centro de la barca. Entonces la persona de 80 Kg esta en $x = -2\ m$ y la de 60 Kg en $x=2\ m$:

$$X_{CM} = \frac{\sum m_i.x_i}{\sum m_i} = \frac{80\ Kg\ .(-2)\ m + 400\ Kg\ .0\ m + 60\ Kg\ .(+2)\ m}{80\ Kg + 400\ Kg + 60\ Kg} = -\ 0{,}074\ m$$

21. B. En el eje Y hay un movimiento uniformemente acelerado:

$$(a_Y = dv_y/dt = 8)$$

ya que la velocidad depende linealmente del tiempo ($v_Y=8t$), entonces la posición viene dada por la ecuación:

$$y = y_o + v_{oy}.t + 1/2.a_y.t^2 = 2 + 4t^2.$$

En el eje X conocemos la aceleración que no es constante, luego para calcular la velocidad debemos integrar:

$$a_X = \frac{dv_X}{dt} \Rightarrow \int dv_X = \int a_X \cdot dt \quad \int_{v_o}^{v} dv_X = \int_0^t 4t.\,dt \quad \Rightarrow v - v_o = 2t^2\Big|_0^t \quad \Rightarrow v = v_o + 2t^2$$

Sustituyendo los datos $v_{ox}=0$ queda $v_x=2.t^2$. Para hallar la posición x integramos:

$$\int_{x_o}^{x} dx = \int_0^t 2.t^2 \cdot dt \Rightarrow x - x_o = \left(2.\frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^t \quad x = x_o + \frac{2.t^3}{3} = \frac{2.t^3}{3}$$

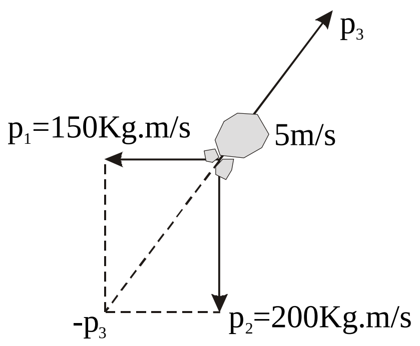
Con esto hemos llegado a las ecuaciones paramétricas de la trayectoria:

$$X = 2/3\ .\ t^3. \qquad\qquad Y = 2 + 4.t^2.$$

Si despejamos los tiempos en cada una de ellas y los igualamos queda:

$$\left(\frac{3.x}{2}\right)^{1/3} = \left(\frac{y-2}{4}\right)^{1/2} \Leftrightarrow \left(\frac{3.x}{2}\right)^2 = \left(\frac{y-2}{4}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{3^2.4^3}{2^2}.x^2 = (y-2)^3 = 144.x^2$$

22. A. Si aplicamos el principio de conservación del momento lineal: $\sum \vec{F}.dt = d\vec{p}$ y consideramos un instante antes y otro después de la explosión entonces $dt \cong 0$ y podemos suponer que $d\vec{p} = 0 \Leftrightarrow \vec{p} = cte.$ Si inicialmente la roca está en reposo su momento es cero y así debe seguir un instante después de la explosión. La suma de los vectores momento lineal entonces será cero. Como se observa del dibujo p_3 es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, entonces:



$$p_3 = \sqrt{150^2 + 200^2} = 250\ Kg.m/s \ \Rightarrow \ m_3 = \frac{p_3}{v_3} = \frac{250}{5}\ Kg = 50\ Kg$$

La masa total de la roca vale pues: 10+20+50=80 *Kg*

23. C. La fuerza de la gravedad es una fuerza conservativa, entonces su trabajo es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo y por tanto, sólo depende de la posición inicial y final. Si ambas posiciones son diferentes entre sí, el trabajo es distinto de cero. Como ambos escaladores empiezan y acaban en el mismo lugar, los trabajos serán iguales.
24. B. La ley de Faraday-Lenz nos permite calcular la fuerza electromotriz media inducida en la espira:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\left(0 - B.S.\cos 0^{\circ}\right)}{\Delta t} = \frac{0{,}2\,T\,.\,0{,}1\,m^2}{0{,}01\,s} = 2\,V$$

25. D. La energía potencial de una carga depende del valor de la misma y del potencial que exista en el punto de donde ésta se halla:

$$E_P = Q.V$$

Por otro lado el potencial del punto no depende de la carga que haya en él, sino de la distribución de cargas que haya alrededor de ese punto.