# SOLUCIONES AL TEST 2

1. A. $$\vec{AP} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = (5,1,-1) \quad ; \quad \vec{AB} = (1,1,2) \; ; \; \left|\vec{AB}\right| = \sqrt{1^2+1^2+2^2} = \sqrt{6}$$

$$\left(\vec{AP} \times \vec{v}\right) . \hat{AB} = (5,1,-1) . \left( \tfrac{1}{\sqrt{6}} , \tfrac{1}{\sqrt{6}} , \tfrac{2}{\sqrt{6}} \right) = \frac{5+1-2}{\sqrt{6}} = \tfrac{4}{\sqrt{6}}$$

2. B. La ecuación que se busca es del tipo:

$$y = A\ sen\ (\omega t - kx + \varphi_o)$$

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi/0{,}5 = 4\pi \; ; \; K = \omega/c = 4\pi/340$$

De otro lado para buscar $\varphi_o$ si sustituimos las condiciones $x$=0 y $t$=0 y el enunciado dice que la elongación es $y$=$A$, quiere decir que:

$$A = A\ sen\ \varphi_o \quad ; \; \varphi_o = \pi/2$$

con lo que la ecuación buscada queda como:

$$Y = 0{,}1\ sen\ (4\pi t - 4\pi x/340 + \pi/2) = 0{,}1\ sen\ (4\pi t - 3{,}696 . 10^{-2}\ x + \pi/2)$$

3. B. $$\mu = \frac{T_C - T_F}{T_C} = 0{,}4 = \frac{T_C - 280}{T_C} = 1 - \frac{280}{T_C} \; \Rightarrow \; \frac{280}{T_C} = 0{,}6 \; \Rightarrow T_C = 467\ K$$

4. C. Derivando las ecuaciones de la posición se obtiene la velocidad:

$$V_x = dx/dt = 9t^2 + 2 \qquad V_x(3) = 9.3^2 + 2 = 83$$

$$V_y = dy/dt = 12\,t + 1 \qquad V_y(3) = 12.3 + 1 = 37$$

$$\vec{v} = 83\,\hat{i} + 37\,\hat{j}$$

5. B. En los procesos reversibles $\Delta S$=0 y en los isotermos de un gas ideal $\Delta U$=0

6. A. $$\vec{M}_o = \vec{OB} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-2,1,-4) \; ; \; \vec{a} \times \vec{M}_o = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (2,4,0)$$

7. C. A cierta altura el peso de un objeto es:

$$P = \frac{G . M_T . m}{(R_T + h)^2} = \frac{G . \rho \tfrac{4}{3}\pi R_T^3 . m}{(R_T + h)^2}$$

A cierta profundidad, si se aplica el Teorema de Gauss, el peso del objeto sólo depende de la masa de Tierra que haya por debajo de él ($M_{int}$):

$$P = \frac{G . M_{int} . m}{(R_T - y)^2} = \frac{G . \rho \tfrac{4}{3}\pi (R_T - y)^3 . m}{(R_T - y)^2}$$

Igualando ambas expresiones y simplificando se logra:

$$\frac{R_T^3}{(R_T + h)^2} = \frac{(R_T - y)^3}{(R_T - y)^2} \; \Rightarrow \; \frac{R_T^3}{(R_T + h)^2} = (R_T - y) \; \Rightarrow \; y = R_T - \frac{R_T^3}{(R_T + h)^2}$$

8. B. El movimiento de una carga a celeridad constante en perpendicular a un campo magnético es circular uniforme y la fuerza centrípeta es de naturaleza magnética:

$$F_{CP}=F_{MAG} \quad \Rightarrow \quad m.\omega^2.R = q.v.B$$

$$v=\omega.R \quad \Rightarrow \quad m.\omega^2.R = q.\omega.R.B \quad \Rightarrow \quad \omega=q.B/m.$$

De otro lado, el tiempo empleado por cada carga es igual:

$$t_1 = t_2$$

*tiempo = ángulo/velocidad angular*:

$$t_1 = t_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\theta_1}{\omega_1} = \frac{\theta_2}{\omega_2} \Rightarrow \frac{\pi/2}{q.B/m_1} = \frac{5.\pi/6}{q.B/m_2} \Rightarrow \frac{m_1}{2} = \frac{5.m_2}{6} \Rightarrow 3m_1 = 5m_2$$

9. D. Si aplicamos el principio de superposición $V_T=V_1+V_2+V_3$ donde :

$$V_1 = 9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{4} = 27/4\,.10^3\ V = 6750\ V$$

$$V_1 = 9.10^9.\frac{(-2.10^{-6})}{5} = -18/5\,.10^3\ V = -3600\ V$$

$$V_1 = 9.10^9.\frac{4.10^{-6}}{3} = 12\,.10^3\ V = 12000\ V$$

$$V_T = V_1+V_2+V_3 = 15150\ V$$

10. D. $\sum \vec{F}_{EXT}.dt = d\vec{p}_{CM}$

La A debería añadir que también puede ocurrir que haya fuerzas exteriores, pero su resultante sea nula.

En la B el momento angular de un sistema es igual a la suma del momento angular de su centro de masas (momento orbital) más la suma de los momentos de sus partículas relativos al centro de masas (momento de spin).

En la C lo correcto sería decir que si el momento resultante de las fuerzas exteriores es cero, se conserva el momento angular.

11. D. Parte de la energía mecánica se transforma en calor y deformación si el choque no es totalmente elástico.

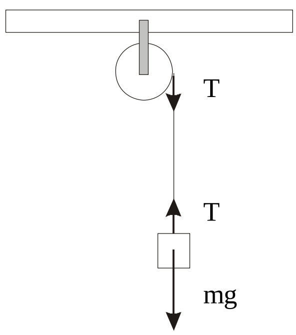
12. D. Convirtamos primero al SI la velocidad:

$$144\ Km/h = 144\ Km/h\ .\ 1000\ m/Km.\ 1\ h/3600\ s = 40\ m/s$$

Por conservación de energía el trabajo del motor se emplea en aumentar la energía cinética y en calor producido por el rozamiento:

$$W_{MOTOR} = \Delta E_{CIN} + W_{ROZ} = ½\ .\ 2500\ .\ 40^2 + 150\ .\ 1000 = 2150000\ J$$

13. A. Si aplicamos las leyes de la dinámica de traslación al cuerpo y de rotación a la rueda tenemos:




$$m\ .\ g - T = m\ .\ a$$

$$T\ .\ R = I\ .\ \alpha \quad ; \quad T.\ \ R = I\ .\ a/R \quad ; \quad T = I\ .\ a\ /\ R^2\ .$$

Si llevamos la Tensión a la primera ecuación:

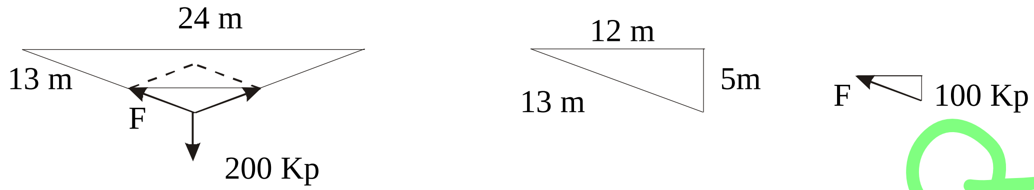
$$m\ .\ g - I\ .\ a\ /\ R^2 = m\ .\ a \quad ; \quad m\ .\ g = m\ .\ a + I\ .\ a\ /\ R^2\ .$$

$$a = \frac{m.g}{m + I/R^2} = g\ .\ \frac{m.R^2}{I + m.R^2}$$

14. C. De la definición de radio de giro:

$$(M + M)\,.\,R^2_{GIRO} = I_1 + I_2 = M\,.\,R^2 + M\,.\,(2R)^2.$$
$$2.M\,.\,R^2_{GIRO} = M\,.\,R^2 + M\,.\,4R^2 = 5\,.\,M\,.\,R^2$$
$$R_{GIRO} = \sqrt{5/2}\,.\,R$$

15. C. Por semejanza de triángulos podemos dibujar el siguiente esquema:




Si aplicamos Pitágoras al triángulo central de la figura de arriba se tiene:

$$h = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

Por una proporcionalidad entre los triángulos:

100 $Kp$ / F = 5 $m$ / 13 $m$ despejando $T$ = 13 . 100 $Kp$ / 5 = 260 $Kp$

16. B. La ecuación de un M.A.S. puede ser:

$$Y = A\,.\,sen\;wt$$

que derivada con respecto al tiempo nos da la de la velocidad de vibración:

$$V = dY/dt = A\,.\,w\,.\,sen\;wt$$

Cuando el objeto pasa por su posición de equilibrio tiene velocidad máxima que corresponde en la ecuación anterior a:

$$V_{MAX} = A\,.\,w = A\,.\,2\pi / T$$

Sustituyendo los datos de la cuestión:

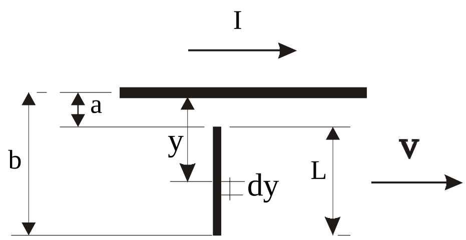
$\pi = A\,.\,2\pi/2$ que despejada da igual a $A$ = 1 $m$

17. B. En el trozo de varilla elemental $dy$ existe un infinitésimo de fuerza electromotriz $d\varepsilon$:

$$d\varepsilon = B\,.\,v\,.\,dy$$

siendo la inducción magnética en él :

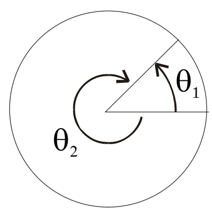
$$B = \frac{\mu_o.i}{2\pi y}$$




Para calcular entonces toda la fem entre los extremos de la varilla se integra:

$$\varepsilon = \int_a^b \frac{\mu_o.i}{2.\pi.y}.v.dy = \frac{\mu_o.i}{2.\pi}.v.[\ln y]_a^b = \frac{\mu_o.i}{2.\pi}.v.\ln\frac{b}{a}$$

18. A. Cuando se encuentren los ángulos recorridos por los dos sumarán $2\pi\,rad$:




$$2\,.\,\pi = \theta_1 + \theta_2 = \omega_1\,.\,t + \omega_2\,.\,t$$
$$2\,.\,\pi\;rad = \frac{1\,rev}{2\,h}.\frac{2\pi\;rad}{1\,rev}.\frac{1\,h}{60\;min}.t + \frac{6\,^o}{1\,min}.\frac{2\pi\;rad}{360\,^o}.t$$

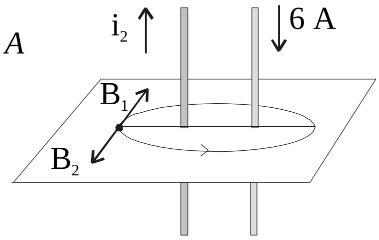
Simplificando:

$1 = t / 120 + t / 60$ ; $120 = t + 3t$ ; $t = 40\;min$

19. B. La segunda Ley de Newton es una ecuación vectorial : $\vec{F} = m\,.\,\vec{a}$ y de ella se deduce que la Fuerza debe ser de la misma dirección y sentido que la aceleración, puesto que es el producto de un escalar positivo (la masa) por un vector aceleración.

20. C.

$$B_1 = B_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mu_o . i_1}{2.\pi.d_1} = \frac{\mu_o . i_2}{2.\pi.d_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{15} = \frac{i_2}{5} \quad \Leftrightarrow \quad i_2 = 2\ A$$




El sentido de $i_2$ lo da la regla de la mano derecha, con el pulgar hacia arriba en el sentido de la corriente y el resto de los dedos indicando el sentido de la inducción magnética $\vec{B}$.

21. B. El campo creado por la bobina circular grande en su centro se aproxima al que crearían 60 espiras en su centro, ya que se supone que el espesor de la bobina es muy pequeño (no hay datos en el enunciado):

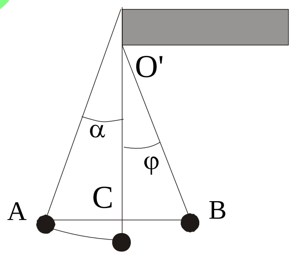
$$B_G = N_G . \frac{\mu_o . i_G}{2.R_G}$$

El momento será:

$$M = N_P . i_P . S_P . B_G = N_P . i_P . S_P \ . \ N_G . \frac{\mu_o . i_G}{2.R_G} = 30.0'5.\pi.(0'005)^2 . \frac{60.4.\pi.10^{-7}.2}{2.0'1}$$

$$M = 8'8.10^{-7}\ A.m^2$$

22. C. Por consideraciones trigonométricas:




$$\cos\alpha = \frac{OC}{1} = \frac{OD - CD}{1} = \frac{1 - (O'D - O'C)}{1} =$$

$$\frac{1 - (3/4 - 3/4 . \cos\varphi)}{1} = 1/4 + 3/4 . \cos\varphi = \frac{1 + 3.\cos\varphi}{4}$$

23. A. El momento del par de fuerzas es el producto vectorial entre el momento magnética de la brújula y el vector inducción:

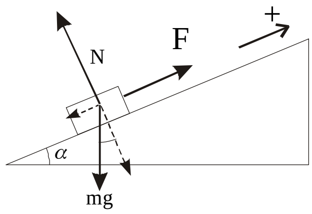
$M = N . B . sen\ 90^o ;\ N = M / B = 4.10^{-3} / (5.10^{-5}) = 80\ A . m^2$.

24. B. La segunda es ley de Newton: F=M.a , y parea calcular a derivamos dos veces la ecuación del vector de posición con respecto al tiempo:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 8t.\hat{i} + (4t - 1).\hat{j} \ \Rightarrow \ \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 8.\hat{i} + 4.\hat{j} \ \Rightarrow \ \vec{F} = M.\vec{a} = 40.\hat{i} + 20.\hat{j}$$

25. D. Aplicaremos la 2ª ley de Newton $\Sigma F = m.a$ en la dirección de un eje paralelo al plano inclinado. El criterio de signos nos lo da el sentido del movimiento.

Para cuando sube, es positivo el sentido ascendente:

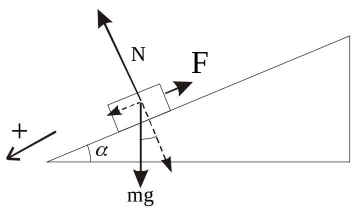



$$F - m.g.sen\ \alpha = m.a$$

$$F = m.a + m.g.sen\ \alpha$$

$$F = 100 . 3'1 + 100 . 9'8 . ½ = 800\ N$$

Cuando el objeto baja, la fuerza es ascendente también, para frenar al objeto y lograr una aceleración inferior a 5 $m/s^2$ que es la que le correspondería si no hubiese fuerza ($a = g.sen\ \alpha$). En este caso el sentido positivo de los vectores es hacia abajo:




$$m.g.sen\ \alpha - F = m.a$$

$$F = m.g.sen\ \alpha - m.a$$

$$F = 100 . 9'8 . ½ - 100 . 1'9 = 300\ N$$