

SOLUCIONES AL TEST 17

1. A. De las propiedades del producto vectorial

$$Area = 1/2 \cdot |\vec{A} \times \vec{B}|$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4i + 2j - 4k;$$

$$Area = 1/2 \cdot \sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = 1/2 \cdot \sqrt{36} = 3$$

2. A. El momento de un vector respecto de un punto se obtiene del producto vectorial:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{a} = \vec{B} \vec{A} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & -1+3 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -i - 3j - k$$

$$\vec{M} + \vec{a} = (-i - 3j - k) + (0i + j - 3k) = (-i - 2j - 4k)$$

$$|\vec{M} + \vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{21}$$

3. A. Este problema es de dos móviles con movimiento rectilíneo y uniforme que siguen la ecuación

$$x = x_0 + v \cdot t.$$

Hay que escoger un sistema de coordenadas con un criterio de signos (positivo hacia la derecha) y un origen que es el del encuentro inicial entre la lancha y el bote.

En $t = 0$

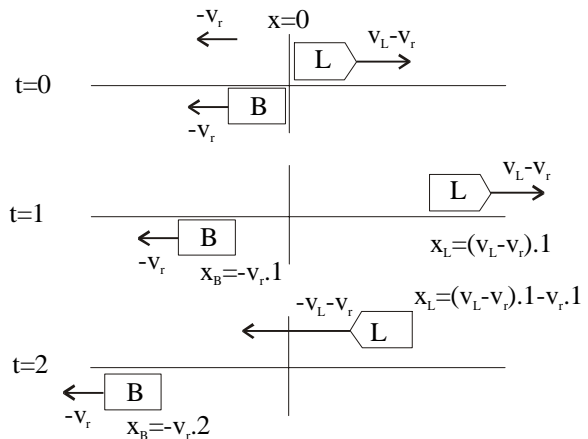
$$x_B = 0 \quad x_L = 0$$

En $t = 1$ la balsa se mueve con la velocidad del río y la lancha con la suya menos la del río. Las coordenadas son:

$$x_B = -v_r \cdot 1 \quad x_L = (v_L - v_r) \cdot 1.$$

Entre $t = 1$ y $t = 2$ los dos objetos son arrastrados $-v_r \cdot 1$. En $t = 2$ la posición es la de $t = 1$ habiéndole sumado $-v_r \cdot 1$:

$$x_B = -v_r \cdot 2 \quad x_L = (v_L - v_r) \cdot 1 - v_r \cdot 1$$



En este momento ponemos el tiempo a cero y aplicamos la ecuación $x = x_0 + v \cdot t$:

$$x_L = [(v_L - v_r) \cdot 1 - v_r \cdot 1] + (-v_r - v_r) \cdot t \quad x_B = -v_r \cdot 2 - v_r \cdot t$$

Si igualamos queda:

$$-2 \cdot v_r - v_r \cdot t = v_L - v_r - v_r - v_L \cdot t - v_r \cdot t \Rightarrow t = 1 \text{ h.}$$

Si se sustituye este tiempo en la ecuación de la balsa sabiendo además, que el encuentro es en $x_B = 3 \text{ Km}$, se obtiene:

$$3 = -2 \cdot v_r - v_r \cdot 1 \Rightarrow v_r = 1 \text{ Km/h.}$$

4. D. Igual que antes los movimientos en el eje X siguen ecuaciones del tipo $x=x_0+v.t$.

Las posiciones horizontales de la pelota x_p y del jugador x_j :

$$x_p = 20 \cdot \cos 45 \cdot t \quad x_j = 50 - v \cdot t$$

igualando en el encuentro queda:

$$20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t = 50 - vt ; t = \frac{50}{10\sqrt{2} + v}$$

Por otro lado el movimiento vertical de la pelota es uniformemente acelerado y de ecuación:

$$y_p = 20 \cdot \sin 45 \cdot t - 5 t^2$$

Como la altura inicial y final de la pelota es $y=0$ para obtener el tiempo se sustituye este valor en la ecuación anterior y queda:

$$0 = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t - 5 \cdot t^2 ; 0 = (10\sqrt{2} - 5 \cdot t) \cdot t ; t = 2\sqrt{2} \text{ s}$$

Si se sustituye este tiempo en el conseguido en la ecuación del eje X queda:

$$2\sqrt{2} = \frac{50}{10\sqrt{2} + v} \Leftrightarrow v = 2,5\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

5. D. Supuesto un movimiento uniformemente acelerado se verifica:

$$\Delta\theta = \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot \alpha \cdot t^2 = 60 \text{ rev/min} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot 5 \text{ s} + 1/2 \cdot \frac{6 \text{ rev/s} - 1 \text{ rev/s}}{5 \text{ s}} \cdot (5 \text{ s})^2 = 17,5 \text{ rev}$$

6. B. Aplicando la segunda ley de Newton al plano de inclinación α queda:

$$a = 0 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg \cdot \sin \alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha}{m} \text{ que despejando resulta } \mu = \tan \alpha$$

Para el otro plano inclinado sería:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg \cdot \sin \alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha}{m} = g \cdot (\sin \varphi - \mu \cdot \cos \varphi) = g \cdot (\sin \varphi - \tan \alpha \cdot \cos \varphi)$$

7. D. Según Newton $F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$ y aplicando esta ecuación a los datos se tiene:

Para el cuerpo A: $F \cdot 1 = 4 \cdot \Delta v_A$

Para el cuerpo B: $F \cdot 4 = 1 \cdot \Delta v_B$

y dividiendo ambas expresiones entre sí resulta

$$\Delta v_B = 16 \cdot \Delta v_A$$

8. A. La segunda derivada del vector de posición respecto del tiempo da una aceleración del centro de masas constante de valor $(1i + 10j)$ lo que hace que la fuerza sea también constante.

9. C. Por simetría $Y_{CM}=0$ y para el eje X se obtiene:

$$X_{CM} = \frac{\Sigma m_i X_i}{\Sigma m_i} = \frac{\Sigma \sigma \cdot S_i \cdot X_i}{\Sigma \sigma \cdot S_i} = \frac{\pi R^2 \cdot 0 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{R}{2}\right)}{\pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R^3/8}{3/4 \cdot R^2} = R/6$$

Como se observa en esta última fórmula se considera el hueco con densidad negativa.

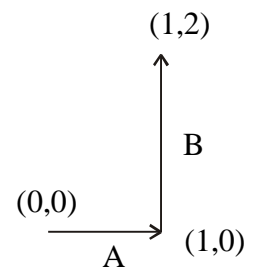
10. C. Por definición $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F_x \cdot dx + \int F_y \cdot dy$,

y además $W_{total} = W_A + W_B$

En el trayecto A $y=0$; $W_A = \int_{x=0}^{x=1} (x^2 - y) \cdot dx = \left[\frac{x^3}{3} \right] = 1/3$

En el trayecto B $x=1$; $W_B = \int_{y=0}^{y=2} 6y^3 \cdot dy = \left[\frac{6 \cdot y^4}{4} \right] = 24$

Sumando ambos trabajos queda $W_{total} = 1/3 + 24 = 73/3 J$.



11. B. La potencia es igual a la energía dividida por el tiempo. Sea la cinética o la potencial, en ambas la energía es proporcional a la masa. Luego al doble de masa el doble de potencia.

12. C. $W = \Sigma W_i = \Sigma mgh_i$, se trata de sumar los 10 términos de una progresión aritmética.

La fórmula para esto es: $Suma = \frac{(W_1 + W_n)}{2} \cdot n = \frac{(0 + 10 \cdot 50 \cdot 9)}{2} \cdot 10 = 22500 J$

13. D. Apliquemos las ecuaciones de la dinámica al objeto. Para la traslación:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad mg \cdot \sin \alpha - F_R = m \cdot a$$

Rotación en torno al centro de masas

$$\Sigma M = I \cdot a_\alpha$$

donde podemos sustituir la aceleración angular a_α por la lineal dividida por el radio en el caso de que el objeto ruede sin deslizar: $a_\alpha = a/R$. Para un cilindro macizo rodando así $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$ lo que nos lleva en rotación hasta:

$$F_R \cdot R = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot a/R \quad \Rightarrow \quad F_R = m \cdot a/2$$

Sustituido en la ecuación de la traslación da:

$$mg \cdot \sin \alpha - m \cdot a/2 = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = 2/3 g \cdot \sin \alpha$$

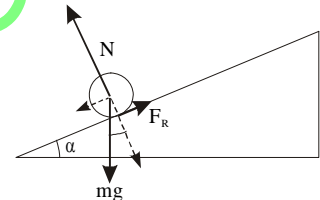
lo que da un valor para la fuerza de rozamiento de

$$F_R = m \cdot a/2 = m \cdot 1/3 \cdot g \cdot \sin \alpha$$

De otra parte $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha$

que igualada a la anterior implica que:

$$\mu \cdot mg \cdot \cos \alpha = m \cdot 1/3 \cdot g \cdot \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad \mu = 1/3 \cdot \tan \alpha \quad \Rightarrow \quad \tan \alpha = 3 \cdot \mu$$



14. C. Para que el objeto no deslice la fuerza centrípeta debe ser la de rozamiento:

$$F_{cp} = F_{roz} \quad m \cdot \omega^2 \cdot R = \mu \cdot mg$$

despejando y sustituyendo:

$$R = \frac{\mu \cdot g}{\omega^2} = \frac{0,4 \cdot 10 \text{ m/s}^2}{\left(2 \text{ rev/s} \cdot 2\pi \text{ rad/rev} \right)^2} = \frac{4}{4^2 \pi^2} m \cdot 100 \text{ cm/m} = \frac{25}{\pi^2} \text{ cm}$$

15. A. Si no hay cambio de estado $Q = m \cdot C_e \cdot \Delta T$ y al despejar

$$\Delta T = \frac{Q}{m \cdot C_e}$$

Si el foco es el mismo, Q es igual y ΔT aumenta si C_e disminuye.

16. C. Efectivamente un proceso cuasiestático y adiabático verifica que: $P \cdot V^\gamma = cte$.

La variación de entropía del Universo (sistema+alrededores) es la suma de la del sistema más la del entorno que lo rodea:

$$\Delta S_{UNIVERSO} = \Delta S_{SISTEMA} + \Delta S_{ALREDEDORES}$$

Esta variación es siempre positiva en un proceso irreversible (todo aquel que sea posible en la realidad). Si el sistema absorbe calor su entropía aumenta y la del entorno disminuye pero total ΔS es positivo. Si el sistema cede calor, su entropía disminuye, pero la del entorno aumenta y en conjunto, también aumenta la del universo.

La definición A es incorrecta pues no se dice qué sufre el incremento de entropía, si el sistema o el sistema-entorno (Universo).

La definición B es incorrecta puesto que debería decir ΔS positivo, ya que el cero es un número no negativo que corresponde a procesos reversibles que no son posibles al ser ideales.

La D es falsa ya que la variación de entropía sería en este proceso isoterma:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{6000 \text{ J}}{300 \text{ K}} = 20 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

17. C. Llamemos P_h al peso a una altura h y P_o al peso al nivel del mar, entonces:

$$P_h = \frac{1}{4} \cdot P_o \Leftrightarrow \frac{G M_T m}{(R_T + h)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{G M_T m}{R_T^2}$$

si se simplifica

$$\frac{R_T + h}{R_T} = 2 \Rightarrow h = R_T$$

Un razonamiento más rápido sería decir que como el peso depende del inverso del cuadrado de la distancia al centro de la Tierra, al duplicarse ésta el peso queda reducido a la cuarta parte. El doble de distancia supone estar a una altura igual al radio terrestre.

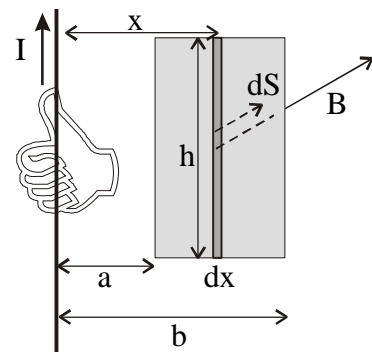
18. D. Calculemos el flujo como la integral:

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

El elemento de superficie es un rectángulo de altura h y base dx :

$$dS = h \cdot dx$$

En esta superficie elemental el vector inducción magnética \vec{B} es constante y perpendicular a ella, con sentido hacia dentro del plano del dibujo en toda su extensión, ya que su valor depende de la distancia al hilo de corriente:



$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi x}$$

$$\phi = \int B \cdot \cos 0 \cdot dS = \int_a^b \frac{\mu_o i}{2\pi x} \cdot h \cdot dx = \frac{\mu_o i h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

19. C. Según el Teorema de Gauss para el campo electrostático, el flujo a través de una superficie cerrada es:

$$\phi = \frac{\sum q_{interior}}{\epsilon_o} = \frac{+q - q}{\epsilon_o} = 0$$

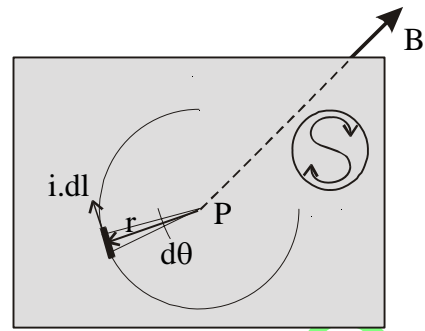
20. D. La inducción magnética total en el punto P se debe (por el principio de superposición) a la que crean el arco y los dos trozos rectos:

$$\vec{B}_{TOTAL} = \vec{B}_{ARCO} + 2 \cdot \vec{B}_{RECTA}$$

Si aplicamos la Ley de Biot-Savart a cada trozo:

$$\vec{B} = \int \frac{\mu_0 \cdot i}{4\pi r^3} d\vec{l} \times \vec{r}$$

se comprende que los trozos rectos no aporten inducción al punto P ya que en ellos los vectores $d\vec{l}$ y \vec{r} son o bien paralelos o antiparalelos, con lo que sus productos vectoriales son nulos. Queda pues:



$$B_{TOTAL} = B_{ARCO} = \int \frac{\mu_0 \cdot i}{4\pi r^2} dl \cdot \text{sen } 90$$

cambiando $dl = r \cdot d\theta$:

$$B = \int_0^{3\pi/2} \frac{\mu_0 i}{4\pi r} \cdot d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} \cdot \frac{3}{2} \pi = \frac{\mu_0 i}{r} \cdot \frac{3}{8}$$

21. A. Para que se mantenga constante la velocidad la suma de las fuerzas que actúan sobre el electrón debe ser cero. O sea la $F_{ELECTRICA} = F_{MAGNÉTICA}$

$$Q \cdot E = Q \cdot v \cdot B$$

$$B = E / v = 100 / 2 \cdot 10^6 = 0,5 \cdot 10^{-4} T$$

Respecto al carácter vectorial podemos escribir:

$$\vec{F}_{ELECTRICA} = -\vec{F}_{MAGNÉTICA}$$

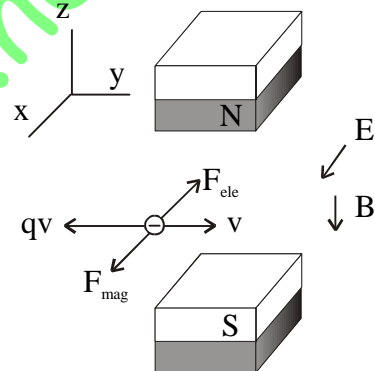
y teniendo en cuenta que la carga del electrón es negativa queda:

$$(-q) \cdot E \cdot \hat{i} = -(-q) \cdot v \cdot \hat{j} \times B \cdot (-\hat{k})$$

Donde se observa que el vector \vec{B} debe ir hacia el sentido negativo del eje Z para que se verifique en la expresión anterior que:

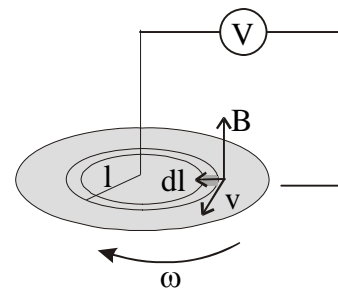
$$-\hat{i} = \hat{j} \times (-\hat{k})$$

quedando así como solución $\vec{B} = -5 \cdot 10^{-5} \cdot \hat{k}$



22. B. La fem entre el extremo y el centro de un disco plano conductor que gira en torno a un eje perpendicular a él y que pasa por su centro, es:

$$\varepsilon = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_0^R B \cdot \omega \cdot l \cdot dl = B \omega \frac{R^2}{2} = 2 T \cdot 1200 \frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{rev} \cdot \frac{1 min}{60 s} \cdot \frac{0,5^2 m^2}{2} = 10\pi V$$



23. C. En un transformador se cumple :

$$\frac{\varepsilon_{ENTRADA}}{N_{ENTRADA}} = \frac{\varepsilon_{SALIDA}}{N_{SALIDA}}$$

$$2500 V / 20 = \varepsilon_{SALIDA} / 1 \Rightarrow \varepsilon_{SALIDA} = 125 V.$$

De otro lado la potencia es:

$$P_{SALIDA} = \varepsilon_{SALIDA} \cdot i_{SALIDA} = 125 V \cdot 80 A = 10.000 w = 10 Kw$$

24. C. La ecuación de la onda en ese momento dado es:

$$y = A \cdot \cos \varphi$$

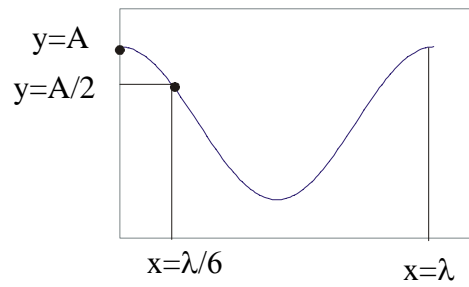
de esa forma $y = A$ cuando $\varphi = 0$.

Ahora bien, para que $y = A/2$ queda un desfase

$$A/2 = A \cos x \quad \Rightarrow \quad \varphi = 60^\circ$$

Si hacemos una proporción y dos puntos que están separados por una longitud de onda (1 m) están desfasados 360° , entonces si el desfase es de 60° su separación será:

$$\frac{360^\circ}{1 \text{ m}} = \frac{60^\circ}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{6} \text{ m}$$



25. A. La velocidad de propagación es

$$c = \lambda/T$$

y la de la partícula es:

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(kx - \omega t)$$

www.edured2000.net/FYQ