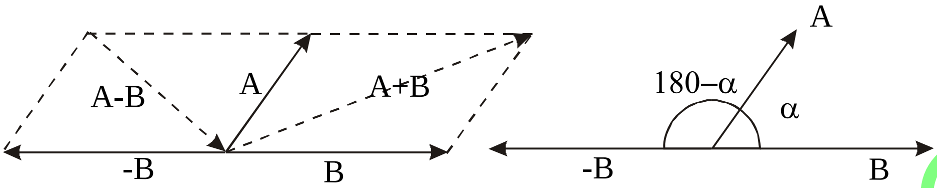
SOLUCIONES AL TEST 13

1. D. Si los dos vectores forman un paralelogramo sus diagonales representan la suma y resta vectorial de los lados. Si las diagonales son iguales entonces el paralelogramo tiene sus lados perpendiculares (o es un cuadrado o un rectángulo).



Matemáticamente sería:

$$\left|\vec{A}+\vec{B}\right| = \left|\vec{A}-\vec{B}\right| \Leftrightarrow \left|\vec{A}+\vec{B}\right|^2 = \left|\vec{A}-\vec{B}\right|^2$$

o lo que es lo mismo

$$\left|\vec{A}\right|^2 + \left|\vec{B}\right|^2 + 2.\left|\vec{A}\right|.\left|\vec{B}\right|.\cos\alpha = \left|\vec{A}\right|^2 + \left|\vec{B}\right|^2 + 2.\left|\vec{A}\right|.\left|\vec{B}\right|.\cos(180-\alpha) \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = \cos(180-\alpha)$$

de donde se deduce que $\alpha = 90$º.

2. A. Para calcular la componente de un vector al proyectarlo sobre otro se tiene que multiplicar aquel por el versor de éste último. Si derivamos para obtener la velocidad:

$$v_x=2t \;;\; v_y=-2 \;;\; v_z=4t-1 \Rightarrow \vec{v} = (2t, -2, 4t-1)$$

Por otro lado el versor es

$$\hat{u} = \frac{(2,2,-1)}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = (2/3, 2/3, -1/3)$$

$$\vec{v}\,.\,\hat{u} = (2t,-2,4t-1).(2/3,2/3,-1/3) = -1$$

3. D. Un movimiento uniformemente acelerado cumple $V_f^2=V_o^2+2a\Delta e$, entonces $V_o^2 = V_f^2-2a\Delta e = 0 - 2.(-16).50 = 1600$; $V_o=40\ m/s= 40\ .3{,}6\ Km/h = 144\ Km/h$

4. C. Se trata de movimientos uniformes de ecuación $e=v.t$ pero en el de ida (por ser el más rápido) se suman las velocidades del barco y de la corriente y en el de vuelta se restan:

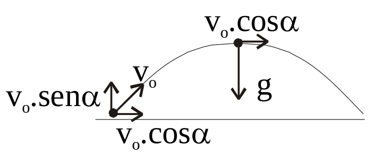
   En la ida: $75 = (V_b+V_c).3$ $\qquad$ $25 = (V_b+V_c)$

   En la vuelta $75 = (V_b-V_c).5$ $\qquad$ $15 = (V_b-V_c)$

   La solución de este sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas es de:

$$V_b= 20\ Km/h \qquad V_c= 5\ Km/h.$$

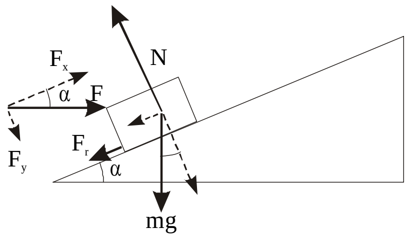
5. C. El radio de curvatura de un movimiento parabólico es mínimo en su vértice. Allí sólo hay aceleración normal ya que la gravedad es perpendicular a la tangente a la parábola en ese punto, y además la velocidad es sólo la componente horizontal de la inicial.



$$a_n=g \;\Rightarrow\; \frac{v^2}{R} = g = \frac{(v_o\cos\alpha)^2}{R}$$

$$R = \frac{(v_o\cos\alpha)^2}{g} = \frac{\left(180\,\dfrac{m}{s}.\cos 60\right)^2}{10\,\dfrac{m}{s^2}} = 810\ m$$

6. B. En el movimiento uniforme a=0 y entonces la suma de fuerzas debe ser cero también. Los ejes se toman paralelo y perpendicular al plano.



Eje X: $0 = F\cos\alpha - Fr - mg\,sen\,\alpha$

Eje Y: $0 = mg\cos\alpha + F\,sen\,\alpha - N$

Despejando la normal de la ecuación del eje Y para que así se calcule Fr:

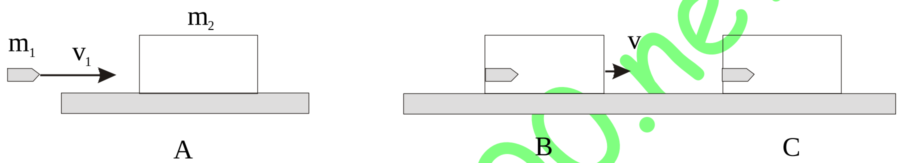
$$N = mg\cos\alpha + F\,sen\,\alpha \quad \Rightarrow \quad Fr = \mu.N = \mu(mg\cos\alpha + F\,sen\,\alpha)$$

que llevado al eje X da:

$$F\cos\alpha = \mu(mg\cos\alpha + F\,sen\,\alpha) + mg\,sen\,\alpha$$

$$F = \frac{mg(\mu\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)}{\cos\alpha - \mu\operatorname{sen}\alpha} = \frac{30(0{,}2\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)}{\cos\alpha - 0{,}2\operatorname{sen}\alpha}$$

7. B. En la situación A los objetos están separados, en B entran en contacto y en C se detienen. Entre A y B se conserva el momento lineal y podemos escribir



$$m_1.v_1 = v.(m_1+m_2)$$

Entre B y C la pérdida de energía cinética se debe al rozamiento: $W_{roz} = \Delta E_c$ o bien:

$$\mu.(m_1+m_2).g..\Delta x = ½.(m_1+m_2).v^2$$

Sustituyendo datos en estas ecuaciones queda:

entre A y B : $0{,}15\,.v_1 = v.(0{,}15 + 0{,}9)$

entre B y C : $0{,}2\,.\,(0{,}15 + 0{,}9)\,.\,10\,.\,4 = ½\,.\,(0{,}15 + 0{,}9)\,.\,v^2$

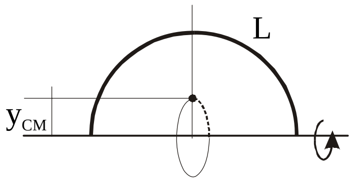
de aquí $v = 4$ *m/s* y sustituido arriba queda v_1=28 *m/s*

8. C. Si la semicircunferencia girase en torno al eje X originaría una esfera hueca. Si a esto le aplicamos el teorema de Guldin:

$$S = L\,.\,2\pi y_G$$

S superficie de la figura de revolución (en este caso de la esfera hueca $S = 4\,\pi R^2$).

L longitud de la curva que se revoluciona en torno al eje X (aquí la de la semicircunferencia $L = \pi.R$).



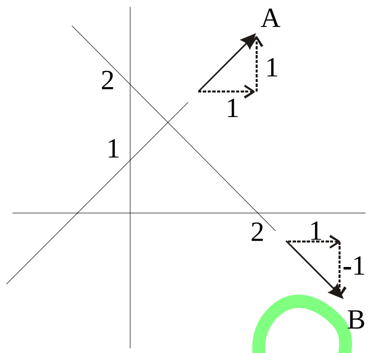
$2\pi y_G$ Representa la longitud de la circunferencia que describe el centro de gravedad al realizar un giro completo alrededor del eje X.

que aplicado en este caso sería:

$$4\pi R^2 = \pi R\,.\,2\pi y_G \quad \Rightarrow \quad y_G = 2\,R/\pi.$$

En esta figura por simetría $x_G = 0$.

9. B. La pendiente de la recta A es 1 luego el versor de su velocidad es



$$\hat{v}_A = (\frac{1,1}{\sqrt{2}})$$

análogamente en B la pendiente es –1 luego el versor de su velocidad

$$\hat{v}_B = (\frac{-1,1}{\sqrt{2}}).$$

Al multiplicar estos versores por la celeridad nos da el vector velocidad:

$$\vec{v}_A = (\frac{3,3}{\sqrt{2}}) \quad \vec{v}_B = (\frac{-2,5,2,5}{\sqrt{2}})$$

y al multiplicar éste por la masa da el momento lineal:

$$\vec{p}_A = (\frac{4,5\,,4,5}{\sqrt{2}}) \quad \vec{p}_B = (\frac{-5\,,5}{\sqrt{2}})$$

La suma de ambos es:

$$\vec{p}_T = \vec{p}_A + \vec{p}_B = \left(\frac{-0,5\,,9,5}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-0,5\,,9,5) = \sqrt{2}(-0,25\,,4,75)$$

10. C. Por conservación de energía, la potencial gravitatoria se convierte en cinética de traslación más cinética de rotación:

$$mgh = ½\, m\, v^2 + ½\, I\, w^2.$$

Si el objeto rueda sin deslizar entonces $w=v/R$ que sustituido en la anterior da:

$$mgh = ½\, m\, v^2 + ½\, I\, v^2/R^2 = ½\,(m+ I/R^2)\, v^2$$

y despejando

$$v^2 = 2\, mgh\, /\, (m + I/R^2)$$

ecuación en la que se observa que si el momento de inercia es elevado la velocidad de traslación es baja y al revés. Por tanto, llega antes el objeto de menor momento de inercia que es la esfera.

11. A. La potencia es el trabajo por unidad de tiempo:

$$P=W/t = F.e/t = F.v.$$

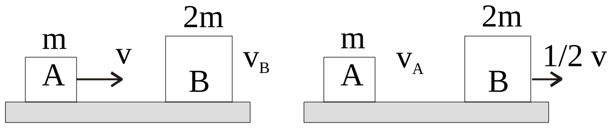
En el plano inclinado la fuerza a vencer es la del rozamiento

$$P=F_R.v$$

En el plano inclinado además se debe vencer la componente horizontal del peso y entonces

$$P'=(F_R + mg\ sen\ \alpha).v \quad \Rightarrow \quad \Delta P = P' - P = mg\ sen\ \alpha.\ V$$

12. B. En todo choque se conserva la cantidad de movimiento o momento lineal:



$$p_A^o + p_B^o = p_A^f + p_B^f$$

$$m.v + 2\, m\, v_B = m\, v_A + 2\, m\, ½\, v \quad \Rightarrow \quad 2\, v_B = v_A$$

Por otra parte si el choque es elástico su coeficiente de restitución es la unidad:

$$k = 1 = \frac{v_A - v/2}{v_B - v}$$

Ecuación que junto a la anterior da

$$v_B = -\, v/2$$

13. B. En el punto más alto del rizo la fuerza centrípeta es únicamente el peso (no hay fuerza normal) :

$$F_{cp} = mg = mv^2/R \quad \Rightarrow \quad v^2 = Rg$$

Por otro lado la conservación de la energía entre el objeto en reposo en el muelle comprimido y en el punto más alto del rizo hace que:

$$E_o = E_f \quad \Rightarrow \quad ½\, Kx^2 = mgh + ½\, mv^2.$$

Como $h = 2R \;;\; v^2 = Rg$

sustituyendo queda

$$½\, Kx^2 = mg\, 2\, R + ½\, m\, Rg$$

$$Kx^2 = 5\, mg\, R$$

$$x = \sqrt{\frac{5.m.g.R}{K}} = \sqrt{\frac{5.0{,}5\ Kg.10\ {}^{m}\!/\!_{s^2}.0{,}5\ m}{50\ {}^{N}\!/\!_{m}}} = 0{,}5\ m$$

14.D. La potencia en rotación es igual al momento del par de fuerzas por la velocidad angular, de donde se deduce que

$$M = P/w$$

$$M = \frac{130\ CV.735{,}5\ {}^{W}\!/\!_{CV}}{3900\ {}^{rev}\!/\!_{min}.2\pi\ {}^{rad}\!/\!_{rev}.\frac{1\ min}{60\ s}} = \frac{735{,}5}{\pi}\ N.m$$

15. C. En cualquier pareja de escalas termométricas se cumple

$$\frac{C - C_1}{C_2 - C_1} = \frac{F - F_1}{F_2 - F_1}$$

donde C y F son las temperaturas en las dos escalas. Los subíndices 1 y 2 se refieren a las temperaturas de dos puntos fijos, en este caso los de fusión y ebullición normal del agua. En este problema se pide calcular la temperatura que coincide en las dos escalas:

$$C = F \quad \Rightarrow \quad \frac{C - 0}{100 - 0} = \frac{C - 32}{212 - 32} \quad \Rightarrow \quad C = -40^o$$

16. A. Dado que el calorímetro es un sistema cerrado, se cumple que :

$$|Q_{absorbido}| = |Q_{cedido}|$$

donde el calor lo ceden los 100 g de agua a 50ºC y lo absorben cuatro sumandos: los 20 g de hielo, los 20 g de agua a que dan lugar, los otros 200 g de agua que había y los 50 g del equivalente en agua del calorímetro. O sea:

$$100.1.(50-t) = 20.80 + 20.1.t + 200.1.t + 50.1.t$$

$$5000 - 100.t = 1600 + 270.t \quad \Rightarrow \quad 3400 = 370.t$$

$$t = 9{,}19\ ºC$$

17. C. La ley de atracción universal queda como

$$\frac{G.M_T.m}{x^2} = \frac{G.M_L.m}{(d-x)^2}$$

sustituyendo $M_T = 81\ M_L$

$$\frac{81.M_L}{x^2} = \frac{M_L}{(d-x)^2}$$

eliminando M_L y extrayendo raíz cuadrada:

$$\frac{9}{x} = \frac{1}{d-x} \;\Leftrightarrow\; 9.d - 9.x = x \;\Leftrightarrow\; x = \frac{9}{10}.d = \frac{9}{10}.384400\ Km = 345960\ Km$$

18. A. El equilibrio entre todas las fuerzas descompuestas por ejes queda así:

Eje vertical $T.\,sen\ 60 = mg$

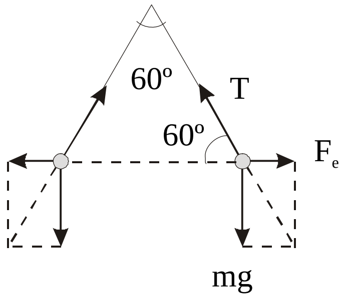
Eje horizontal $T.\,cos\ 60 = F_e$

Si se dividen entre sí ambas expresiones da:

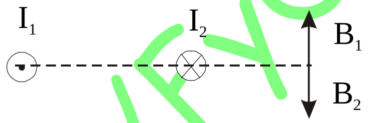
$$tg\ 60 = mg\,/\,F_e \Rightarrow F_e = mg\,/\,tg\ 60$$

que con los valores del problema da:

$$F_e = 0{,}003\ Kg\ .10\ m/s^2\ .\ 1/\text{tg } 60 = 0{,}0173\ N.$$



19. D. La corriente I_1 sale del plano del papel y la I_2 entra. De esa forma según la regla de la mano derecha los campos se oponen uno a otro y para que sean iguales I_1 debe ser mayor que I_2 ya que ésta corriente está más cercana al punto donde se mide el campo. B_1=B_2

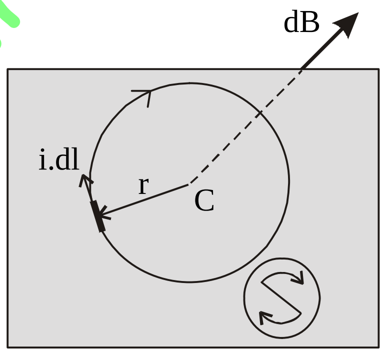


$$\frac{\mu.I_1}{2.\pi.d_1} = \frac{\mu.I_2}{2.\pi.d_2}$$

simplificando y sustituyendo valores

$$\frac{12\ A}{0{,}6\ m} = \frac{I_2}{0{,}2\ m} \Rightarrow I_2 = 4\ A$$

20. B. Aplicando la ley de Biot-Savart, en el centro de la espira, el elemento de inducción creado por un trozo de corriente es un vector perpendicular al plano de la espira:



$$d\vec{B} = \frac{\mu.i}{4.\pi.r^3}.d\vec{l} \times \vec{r}$$

Para calcular el campo total tenemos que integrar la expresión anterior. Se tiene en cuenta que la distancia $\vec{r}$ de todos los trozos de hilo $d\vec{l}$ al centro es la misma, así como el ángulo de 90º que forman estos vectores entre sí:

$$dB = \frac{\mu.i}{4.\pi.R^3}.dl\ .\ R\ .\,\text{sen } 90 = \frac{\mu.i}{4.\pi.R^2}.dl$$

$$B = \int \frac{\mu.i}{4\pi R^2}.dl = \frac{\mu.i}{4\pi R^2}.\int dl = \frac{\mu.i}{4\pi R^2}.2\pi R = \frac{\mu.i}{2R} = \frac{4\pi.10^{-7}.5}{2.0{,}02} = 5\pi.10^{-5}\,T$$

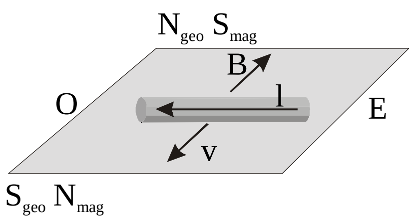
21. D. La fuerza centrípeta es de naturaleza magnética entonces:

$$m\ .\ v^2\,/\,R = q.v.B$$

$$B = \frac{m.v}{q.R} = \frac{1{,}6.10^{-27}.10^6}{1{,}6.10^{-19}.5.10^{-2}} = 0{,}2\ T$$

22. A. La diferencia de potencial inducida en una barra metálica de longitud $\vec{l}$ que se mueve a velocidad $\vec{v}$ en el seno de un campo magnético $\vec{B}$ es:

$$\varepsilon = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right).\vec{l}$$



Al ser antiparalelos $\vec{v}$ y $\vec{B}$ su producto vectorial es cero, con lo que los dos extremos de la barra quedan al mismo potencial.

23. C. La autoinducción de una bobina vale:

$$L = \frac{\mu . N^2 S}{l}$$

sustituyendo los valores para cada bobina queda:

$$L_A = \frac{5000\mu_o.200^2.6}{30}\ ;\ L_B = \frac{2500\mu_o.300^2.4}{20}$$

Al dividir ambas expresiones entre sí sale:

$$L_C/L_A = 9/8 = 1{,}125$$

24. B. El movimiento armónico simple de la partícula sigue la función:

$$x=A \text{ sen } (wt+\varphi_o)$$

El tiempo se cuenta a partir de pasar por la posición de equilibrio donde sustituido t=0 da x=0 como condición inicial:

$$0 = A \text{ sen } (\varphi_o) \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_o=0$$

Derivada respecto al tiempo nos da una velocidad:

$$v=A.w.\cos wt$$

Con los datos del enunciado se obtiene:

$$v = 0{,}1.\ 2\pi\ .\ 100/\pi\ .\ \cos\ (2\pi.\ 100/\pi\ .\ 0{,}1) = 20 \cos\ (20)\ m/s.$$

25. B. Si el punto se halla a 6 *cm* del primer foco estará a 6+24=30 *cm* del segundo. Las ecuaciones de vibración según cada foco son:

$$y_1 = 2.\text{sen } 2\pi\left(\frac{T/2}{T} - \frac{6}{72}\right)\ ;\ y_2 = 2.\text{sen } 2\pi\left(\frac{T/2}{T} - \frac{30}{72}\right)$$

simplificando quedan como:

$$y_1 = 2 \text{ sen } (5\pi/6) = 1 \quad ; \quad y_2 = 2 \text{ sen } (\pi/6) = 1$$

que con el principio de superposición da una elongación resultante:

$$y = y_1 + y_2 = 1\ cm + 1\ cm = 2\ cm$$